

## Syllabus

### ATOMIC PHYSICS

#### (A) Atomic Spectra-1:

Franck -Hertz Experiment(2.16), Critical Potentials (2.17), Shortcoming of Bohr's Theory(2.19) , Sommerfield extension of Bohr theory (2.20), Limitations of Sommerfeld Model

Basic reference:

Atomic and Molecular Physics by Raj Kumar (Campus Books)

#### (B) Atomic Spectra -2:

Orbital and Magnetic Dipole Moment (4.1), Larmor Precession (4.2), Space quantization(4.3), electron spin (4.4), Vector model of atom (4.5), Spectroscopic terms and their notations(4.6), Stern Gerlach Experiment(4.7), Pauli's Exclusion Principle(4.8). Zeeman Effect-Normal Zeeman Effect and anomalous Zeeman Effect(12.1), Explanation of Normal Zeeman Effect(12.2), Explanation of Anomalous Zeeman Effect(12.3), Paschan Back effect (12.4). Stark Effect of Hydrogen (13.1) Weak field and strong field of stark effect in Hydrogen(13.2, 13.3)

Basic Reference:

Atomic & Molecular spectra by Rajkumar Kedarnath Prakashan Meerut.

Other Reference:

1. Spectroscopy Vol-1 by Walker & Straw
2. Atomic Physics by J.B. Rajam j (5th Edition – 1960) S. Chand & Co.
3. Physics of Atoms and Molecules by B.H.Brandsden & C.J.Joachagh, Pearson Education.
4. Modern Physics by Kenneth Krane, Jon wiley &sons
5. Elements of Spectroscopy S L Gupta, V Kumar & R C Sharma (24th Edition) Pragati Prakashan
6. Molecular Structure and Spectroscopy G Aruldas, Prentice Hall of India Private Limited

અનુક્રમણિકા

Sr. No.	Topic	Page No.
<b>Chapter -1 પરમાણુ વર્ણપટશાસ્ત્ર-1</b>		
1.1	ફેન્ક હર્ટઝ નો પ્રયોગ	4
1.2	ક્રાંતિ સ્થિતિમાન	7
1.3	બોહરના વાદની ક્ષતિઓ	7
1.4	સોમરફેલ્ડ મોડેલની સમજૂતી	7
1.5	બોહરની થીયરીની મર્યાદાઓ	10
1.6	ઉદાહરણો	11
1.7	સ્વાધ્યાય	12
<b>Chapter -2 પરમાણુ વર્ણપટશાસ્ત્ર-2</b>		
2.1	કક્ષીય ચુંબકીય દ્વિધ્રુવીય ચાકમાત્રા (બોહર મેગ્નેટોન)	14
2.2	લામર પ્રિસીશન	15
2.3	અવકાશીય ક્વોન્ટમીકરણ	18
2.4	ઇલેક્ટ્રોન સ્પીન	20
2.5	સેલ્ફિશ પરમાણુ મોડેલ	22
2.6	વર્ણપટશાસ્ત્રની શરતો અને તેના સૂચનો	25
2.7	સ્ટર્ન- ગર્લાક પ્રયોગ	26
2.8	પાઉલીનો બાકાત(અપવર્જન) સિદ્ધાંત	30
2.9	સામાન્ય અને અસામાન્ય ઊંચાઈ અસરો	31
2.10	સામાન્ય ઊંચાઈ અસરની સમજૂતી	33
2.11	અસામાન્ય ઊંચાઈ અસરની સમજૂતી	36
2.12	પાશ્ચાત્ય બેક અસર	40
2.13	હાઇડ્રોજનની સ્ટાર્ક અસર અવલોકન	43
2.14	હાઇડ્રોજનમાં નબળા ક્ષેત્રની સ્ટાર્ક અસર	44
2.15	હાઇડ્રોજનમાં મજબૂત ક્ષેત્રની સ્ટાર્ક અસર	45
2.16	ઉદાહરણો	49
2.17	સ્વાધ્યાય	54



## Chapter-1

### પરમાણુ વર્ણપટ શાસ્ત્ર ( Atomic Spectra )-1

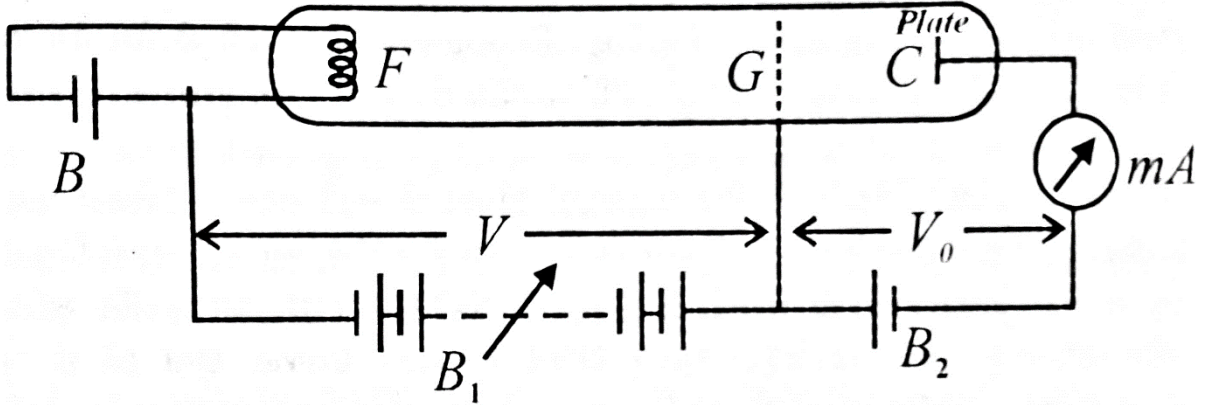
#### 1.1 ફ્રેન્ક હર્ટઝ નો પ્રયોગ ( Frank Hertz Experiment ) :

પરમાણુની સ્થિર કક્ષામાં રહેલા ઇલેક્ટ્રોનને તેની ધરાસ્થિતિમાંથી ઊંચી ઉત્તેજિત અવસ્થાવાળી કક્ષામાં લઇ જવા માટે આપવી પડતી જરૂરી લઘુત્તમ ઊર્જાને ક્રાંતિ સ્થિતિમાન કહે છે. ક્રાંતિ સ્થિતિમાન માપવાની મુખ્ય બે રીત છે.

1.વાયુના પરમાણુ સાથે ઇલેક્ટ્રોનની અસ્થિતિસ્થાપક સંઘાતના અભ્યાસ પરથી.

2.વર્ણપટશાસ્ત્રમાં ઉત્તેજિત થતી વિકિરણની તરંગ લંબાઇઓ માપીને.

ક્રાંતિ સ્થિતિમાન માપવાની મુખ્ય અને સૌ પ્રથમ ચોકસાઇવાળી રીત ફ્રેન્ક અને હર્ટઝ નામના વૈજ્ઞાનિકે ઇ.સ. ૧૯૧૪માં આપી હતી. આ પ્રયોગ પરમાણુને ઊર્જા સ્તરો છે તેની ખાતરી કરાવે છે.

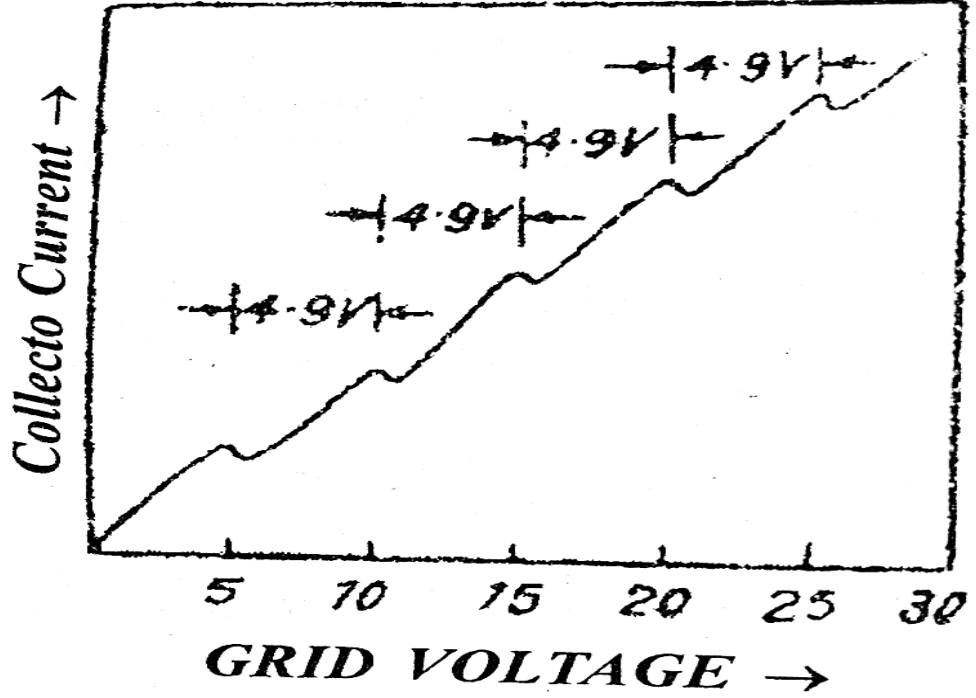


ફ્રેન્ક અને હર્ટઝના પ્રયોગની રેખાકૃતિ ઉપર આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. તેમાં કાચની નળીમાં લગભગ 1mm Hg ના દબાણે એક તત્વના વાયુને ભરવામાં આવે છે. નળીમાં ફિલામેન્ટ F , ગ્રીડ G અને પ્લેટ P ને ટ્રાયોડ વાલ્વની જેમ જ ગોઠવેલ છે. ફિલામેન્ટ F ને ઓછા વોલ્ટેજવાળી બેટરી દ્વારા ગરમ કરી ઇલેક્ટ્રોનનું ઉત્સર્જન કરવામાં આવે છે. ફિલામેન્ટ F અને ગ્રીડ G વચ્ચે ઊંચું વિદ્યુતદબાણ V બેટરી B, દ્વારા આપવામાં આવે છે. જેમાં ફિલામેન્ટ F ની સાપેક્ષ ગ્રીડ G ને ધન રાખવામાં આવે છે. ગ્રીડ G અને પ્લેટ P વચ્ચે બેટરી B<sub>2</sub> દ્વારા નાનું વિદ્યુત સ્થિતિમાન રાખવામાં આવે છે.

પ્લેટ P ને ગ્રીડ G ની સાપેક્ષે ઋણ રાખવામાં આવે છે. તેથી ગ્રીડમાં થઇને પ્લેટ પર આવતા ઇલેક્ટ્રોનની ગતિ અવરોધાય છે. ગ્રીડમાંથી બહાર આવતા ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા વધારે હોવાથી

ઇલેક્ટ્રોન પ્લેટ P સુધી પહોંચી જાય છે. અને એમીટર વિદ્યુતપ્રવાહ  $i$  દર્શાવે છે. અહીં ફિલામેન્ટ અને ગ્રીડ વચ્ચે ઇલેક્ટ્રોન તથા નળીમાંના વાયુના પરમાણુઓ અસંખ્ય અથડામણો ( સંઘાત ) અનુભવે છે.

ફેન્ક અને હર્ટઝ પ્લેટ પરનું ઋણ વોલ્ટેજ અચળ રાખીને ફિલામેન્ટ અને ગ્રીડ વચ્ચેના વિદ્યુત સ્થિતિમાનના તફાવતનું  $V$  નું મૂલ્ય ધીમે ધીમે વધારીને દરેક વખતે પ્લેટ પ્રવાહ  $i$  અને  $V$  ના મૂલ્યની નોંધ કરી  $i$  વિરુદ્ધ  $V$  નો આલેખ દોરતા તે નીચેની આકૃતિ મુજબ મળે છે.



આલેખ પરથી કહી શકાય કે પ્રારંભમાં વિદ્યુત પ્રવાહ ધીરે ધીરે વધે છે. શરૂમાં ઇલેક્ટ્રોન પ્લેટ સુધી પહોંચી શકતા નથી તેનું કારણ પ્લેટનો ઋણ વોલ્ટેજ છે. ત્યારબાદ વિજ સ્થિતિમાન  $V$  ના મૂલ્યમાં વધારો થતાં પ્લેટના ઋણ વોલ્ટેજની અસરમાં ઘટાડો જોવા મળે છે. જેને લીધે વધુ સંખ્યામાં ઇલેક્ટ્રોન પ્લેટ સુધી પહોંચે છે. તેથી વિજપ્રવાહમાં વધારો થતો જોઈ શકાય છે. પરંતુ અમૂક ચોક્કસ વોલ્ટેજ (  $V=10.2$  Volt ) માટે અચાનક વિજપ્રવાહમાં ઘટાડો થાય છે. પછી પુનઃ વોલ્ટેજમાં વધારો થતાં પ્રવાહ વધે છે. આલેખ પરથી સ્પષ્ટ છે કે અન્ય બીજા વોલ્ટેજ (  $V=12.09$  Volt ) માટે વિજપ્રવાહ પુનઃએકદમ ઘટે છે. અને આ પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન થાય છે.

નળીમાં વાયુનું દબાણ એટલું રાખવામાં આવે છે કે ઇલેક્ટ્રોનની વાયુના પરમાણુ સાથે અસ્થિતિસ્થાપક અથડામણો થાય છે. જેના કારણે ઇલેક્ટ્રોનનઈ ગતિઉર્જામાં ઘટાડો થાય છે. તેથી પ્રવાહ  $i$  આલેખમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ઘટે છે. જેમ જેમ વિદ્યુત સ્થિતિમાનનો તફાવત વધે છે તેમ તેમ પ્રવાહ  $i$  ના મૂલ્યમાં વધારો થાય છે. વધુને વધુ ઇલેક્ટ્રોન પ્લેટ P સુધી આકર્ષાય છે. તેથી વિદ્યુત પ્રવાહ  $i$  ના મૂલ્યમાં વધારો થાય છે.

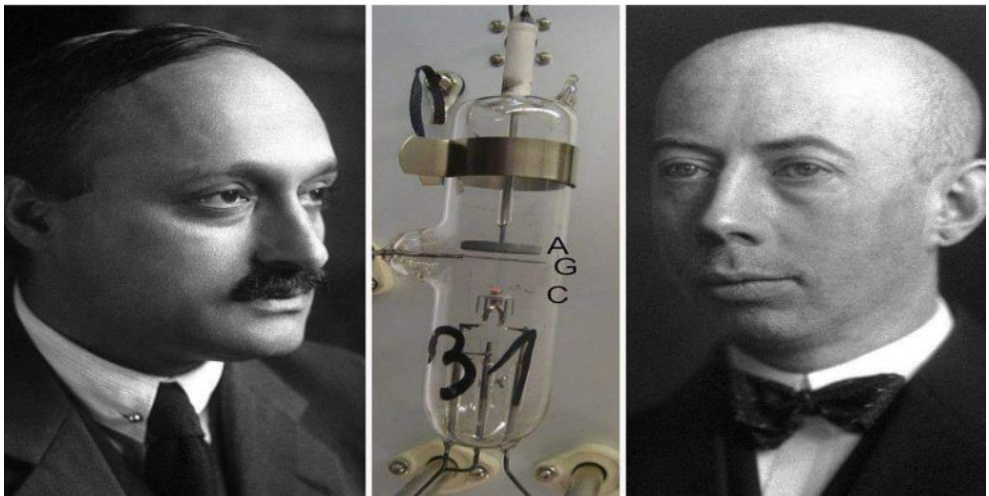
જ્યારે પ્રવેગિત થયેલા ઇલેક્ટ્રોનની ઉર્જા પરમાણુમાં શોષાય છે ત્યારે પ્રમાણુ ઉત્તેજિત થાય છે. તેથી ઇલેક્ટ્રોન પ્લેટ પર પહોંચવા અશક્તિમાન બને છે. અને પ્રવાહ 1 ઝડપથી ઘટે છે. આ માટે જરૂરી વિદ્યુતસ્થિતિમાન દ્વારા ઇલેક્ટ્રોન  $n=1$  ઉર્જા સ્તરમાંથી  $n=2$  ઉર્જા સ્તરમાં સંક્રાંતિ પામે છે. આ સંક્રાંતિ અસ્થિતિસ્થાપક અથડામણને લીધે સર્જાય છે. આ માટે જરૂરી લઘુત્તમ ઉર્જાને પરમાણુની ઉત્તેજન ઉર્જા કહે છે અને જરૂરી વિદ્યુતસ્થિતિમાનને ઉત્તેજન સ્થિતિમાન કહે છે. અહીં પરમાણુને ઉત્તેજિત કરવા માટે જરૂરી લઘુત્તમ ઉર્જા બે ક્રમિક ઉર્જા સ્તરોની ઉર્જાના તફાવત જેટલી હોય છે. અર્થાત જરૂરી ઉર્જા  $E_2 - E_1$  જેટલી હોય છે.

ફ્રેન્ક અને હર્ટઝે મરક્યુરી પરમાણુને તેની ઉત્તેજિત અવસ્થામાંથી ધરાસ્થિતિમાં પાછું આવતા ઉત્સર્જિત થતા વિકિરણની ( $\lambda = 2357\text{\AA}$ ) સાથે સંકળાયેલ ઉર્જાની ગણતરી કરી હતી.

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2537 \times 10^{-10} \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 4.9 \text{ eV}$$

આમ પારાના પરમાણુ માટે પ્રથમ અનુનાદ સ્થિતિમાન 4.9 eV મળે છે, એક વિદ્યુત સ્થિતિમાન એટલું મળે છે કે તે સ્થિતિમાને વાયુ આયનીકરણ પામે છે. અને વિદ્યુતપ્રવાહ વધુ માત્રામાં વધે છે. આ અવસ્થામાં જુદી જુદી રેખાઓ ધરાવતો વર્ણપટ પ્રાપ્ત થાય છે. આ માટેના વિજસ્થિતિમાનનું મૂલ્ય તેની ગતિઉર્જા  $\frac{1}{2}mv^2$  જેટલી હોય છે. જેનાથી ઇલેક્ટ્રોન પરમાણુની કક્ષા બહાર ( $n=\infty$ ) માં પહોંચી જાય છે. આ રીતે પરમાણુમાં વિભક્ત (discrete) સ્થિર ઉર્જા સ્તરો હોય છે. તે સાબિત થાય છે. અહીં પ્લાન્કની વિચારધારા “વિકિરણનું ઉત્સર્જન ફોટોનના નિશ્ચિત જથ્થા સ્વરૂપે અસતત થાય છે” તેને પણ સમર્થન મળે છે.

Photos left to right: James Franck, a vacuum tube used in the experiment (E. A. Schiff wikimedia commons) and Gustav Hertz.



## 1.2 ક્રાંતિ સ્થિતિમાન (Critical Potential)

જ્યારે વાયુ અથવા બાષ્પમાંથી ઇલેક્ટ્રોનને પસાર કરવામાં આવે છે ત્યારે વાયુના પરમાણુ સાથે બે પ્રકારની અથડામણ શક્ય બને છે. (1) સ્થિતિસ્થાપક (2) અસ્થિતિસ્થાપક

સ્થિતિસ્થાપક સંઘાતમાં સંઘાત પહેલાં અને પછી ઊર્જાના મૂલ્યનું સંરક્ષણ થાય છે. જ્યારે અસ્થિતિસ્થાપક સંઘાતમાં ઊર્જાનું મૂલ્ય બદલાય છે. જો ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જાનું મૂલ્ય પરમાણુના બે સ્તરના ઊર્જાના મૂલ્યના તફાવત કરતા ઓછું હોય તો સ્થિતિસ્થાપક અથડામણ શક્ય બને છે.

પરમાણુની સ્થિર કક્ષામાં રહેલા ઇલેક્ટ્રોનને તેની ધરાસ્થિતિમાંથી ઊંચી ઉત્તેજિત અવસ્થાવાળી કક્ષામાં લઈ જવા માટે આપવી પડતી જરૂરી લઘુત્તમ ઊર્જા (ઇલેક્ટ્રોન વોલ્ટ  $-eV$ )ને ક્રાંતિ સ્થિતિમાન કહે છે.

## 1.3 બોહરના વાદની ક્ષતિઓ (Shortcomings of Bohr Theory)

બોહરનો વાદ (Theory) નીચેની વિગતો સમજાવવામાં નિષ્ફળ જાય છે.

- (1) પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રોનની ગોઠવણી અને વહેંચણી વિશે આ વાદમાં કોઈ માહિતી મળતી નથી.
- (2) અહીં પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્ર (કલાસીકલ) અને ક્વોન્ટમ એમ બંને વાદનો ઉપયોગ થયો છે. પ્રણાલીના સંતુલન માટે કલાસીકલ વાદ અને વિકિરણના ઉત્સર્જનની સમજૂતી માટે ક્વોન્ટમ વાદનો ઉપયોગ થયો છે.
- (3) વર્ણપટ રેખાઓની આવૃત્તિ વિશે ખ્યાલ મળે છે પરંતુ આ વાદ વર્ણપટ રેખાઓની તીવ્રતા સમજાવી શકતું નથી.
- (4) આ વાદ વડે વર્ણપટ રેખાઓનું સૂક્ષ્મ બંધારણ સમજી શકાતું નથી.
- (5) હાઇડ્રોજન અને હાઇડ્રોજન જેવા હલકા પરમાણુના વર્ણપટ આ વાદથી સમજાવી શકાય છે. પરંતુ જટીલ પરમાણુના વર્ણપટ સમજાવી શકાતા નથી.
- (6) પરમાણુની કક્ષા વર્તુળાકાર લેવા માટે સરળતા સિવાય બીજું કોઈ કારણ ન હોતું.

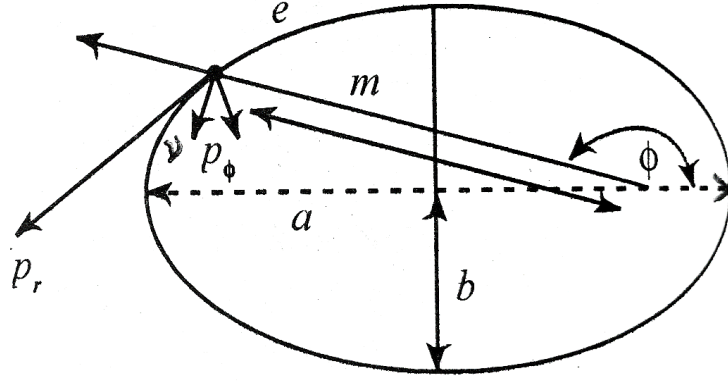
## 1.4 સોમરફેલ્ડ મોડેલની સમજૂતી (Sommerfield Extension of Bohr Theory)

ઇ.સ.૧૯૧૬માં ભૌતિકશાસ્ત્રી સોમરફેલ્ડે બોહરના કાર્યને આગળ ધપાવ્યું. જે રીતે પૃથ્વી સહિત અન્ય ગ્રહો સૂર્યની આસપાસ લંબવૃત્ત માર્ગે ભ્રમણ કરે છે તેજે રીતે સોમરફેલ્ડે જણાવ્યું કે ઇલેક્ટ્રોન ન્યુક્લિયસની આસપાસ ઉપવલય માર્ગે ભ્રમણ કરે છે અને ન્યુક્લિયસને ઉપવલયના કોઈ એક કેન્દ્ર પર લેવામાં આવે છે. કેપ્લરના નિયમો અનુસાર જ્યારે બે કણ વચ્ચે કેન્દ્રિય બળ લાગુ પડતું

હોય ત્યારે એક કણના ક્ષેત્રમાં બીજું કણ શંકુઘેદ માર્ગે ગતિ કરે છે. જે નીચેના સૂત્રથી દર્શાવાય છે.

$$\frac{l}{r} = 1 + \epsilon \cos \phi \text{ -----(1)}$$

જ્યાં  $\epsilon$  એ ઉપવલય માટે અસેન્ડ્રીસીટી(ઉલ્કેન્દ્રિતા) દર્શાવે છે.



અહીં સોમરફેલ્ડે કોયડાના ઉકેલ માટે મુક્તતાના બે અંશનો ઉપયોગ કર્યો. અહીં દ્વિપારિમાણિક યામ પદ્ધતિમાં ઇલેક્ટ્રોનનું સ્થાન નક્કી કરવા માટે જરૂરી લઘુતમ બે સ્વતંત્ર સ્વરૂપના યામ  $r$  અને  $\phi$  હોવાથી સોમરફેલ્ડે દરેક પર ક્વોન્ટમીકરણની શરતો સંકલન સ્વરૂપે રજૂ કરી. જેને ફેઝ સંકલન કહે છે.

$$\oint p_i dq_i = n_i h \quad (n=0,1,2,3,\dots)$$

અહીં  $q_i$  વિસ્તૃત યામો દર્શાવે છે અને તેને આવર્તીય યામ પણ કહે છે.  $p_i$  એ તેને અનુરૂપ વેગમાનો છે. આ ફેઝ સંકલનને આપેલા યામોના સંપૂર્ણ આવર્ત પર લેવાય છે.

$$\therefore \oint_0^{2\pi} p_\phi d\phi = k h \text{ -----(2)}$$

$$\int p_r dr = n_r h \text{ -----(3)}$$

જો  $p_\phi \rightarrow \phi$  નો ગ્રાફ દોરીએ તો તે બંધ વક્ર મળે છે. અને  $\phi$  નું મૂલ્ય 0 થી  $2\pi$  જેટલું બદલાય છે. વળી,  $p_r \rightarrow r$  નો ગ્રાફ પણ બંધ વક્ર જ મળે છે. અને તેમાં  $r$  ની કિંમત ન્યુનતમથી મહતમ થઇ મૂળ અવસ્થાએ મળે છે.

$$\text{અહીં } n = k + n_r \text{ -----(4)}$$

વળી  $k$  ને એઝીમથલ ક્વોન્ટમ અંક અને  $n_r$  ને ત્રિજ્યાવર્તી ક્વોન્ટમ અંક કહે છે. અને  $n$  ને મુખ્ય ક્વોન્ટમ અંક તરીકે દર્શાવવામાં આવે છે.



એઝીમથલ અને ત્રિજ્યાવર્તી વેગમાનને નીચે મુજબ દર્શાવવામાં આવે છે.

$$P_r = m \dot{r} = m v \text{ -----(5)}$$

$$P_\phi = m r^2 \dot{\phi} = m r^2 \omega \text{ -----(6)}$$

જ્યાં  $\omega = \dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt}$  ( કોણીય ઝડપ) તથા  $v = \dot{r} = \frac{dr}{dt}$  ( રેખીય ઝડપ),  $m$  એ ઇલેક્ટ્રોનનું દ્રવ્યમાન છે. સમીકરણ (2) પરથી

$$P_\phi [2\pi] = k h$$

$$P_\phi = \frac{k h}{2\pi} = k \hbar \quad \text{જ્યાં } \hbar = \frac{h}{2\pi} \text{ લીધેલ છે. -----(7)}$$

સમીકરણ(3) પરથી મળતું પરિણામ નીચે મુજબ મળે છે.

$$\therefore \frac{2\pi P_\phi}{(1-\epsilon^2)^{1/2}} - 2\pi P_\phi = n_r h \quad \text{અહીં } \epsilon \text{ એ લંબવૃતની ઉત્કેદ્રિતા છે.}$$

સમીકરણ(7) માંથી  $P_\phi$  ની કિંમત મૂકતાં

$$\therefore \frac{2\pi \frac{k h}{2\pi}}{(1-\epsilon^2)^{1/2}} - 2\pi \frac{k h}{2\pi} = n_r h$$

$$\therefore \frac{k h}{(1-\epsilon^2)^{1/2}} - k h = n_r h$$

$$\therefore \frac{k h}{(1-\epsilon^2)^{1/2}} = (n_r + k) h$$

$$\therefore [1 - \epsilon^2]^{1/2} = \frac{k}{k+n_r} \text{ -----(8)}$$

$$\text{હવે લંબવૃત કક્ષા માટે } [1 - \epsilon^2]^{1/2} = b/a \text{ -----(9)}$$

સમીકરણ(8) અને (9) પરથી

$$\frac{b}{a} = \frac{k}{k+n_r}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{k}{n} \quad \text{જ્યાં } n = k + n_r \text{ લીધેલ છે.-----(10)}$$

અહીં  $b$  અને  $a$  લંબવૃતની અર્ધલઘુ અક્ષ અને અર્ધ દીર્ઘઅક્ષ છે.

ઉપરોક્ત સમીકરણ(10) ઇલેક્ટ્રોનની શક્ય કક્ષાઓ દર્શાવે છે. આમ, આપેલ  $n$  મૂલ્ય માટે  $n$  ઉપવલયો સંભવી શકે. ઇલેક્ટ્રોન તે પૈકી કોઈ એક કક્ષામાં ગતિ કરે છે. સમી. (10) પરથી કહી

શકાય કે  $b$  નું વધુમાં વધુ મૂલ્ય  $a$  જેટલું જ મળે છે. તેથી  $k$  નું વધુમાં વધુ મૂલ્ય  $n$  જેટલું જ મળે.

વળી,  $k$  નું મૂલ્ય શૂન્ય થશે નહીં કારણકે જો  $k=0$  લઈએ તો  $b=0$  મળે છે. તેથી ઇલેક્ટ્રોનની ગતિપથ લંબવૃત્ત ન રહેતા માત્ર સુરેખ જ મળે જે શક્ય નથી.

$\therefore k \neq 0$  તથા આપેલા  $n$  ના મૂલ્ય માટે  $k$  નાં  $n$  મૂલ્યો મળે. ( $k=1,2,3,\dots,n$ )

સાપેક્ષવાદીય સુધારા અનુસાર

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{જ્યાં } c \text{ પ્રકાશનો વેગ છે. , } m_0 \text{ ઇલેક્ટ્રોનનું સ્થિર દળ દર્શાવે છે.}$$

ઉપરોક્ત સૂત્ર લાગુ પાડવાથી અપકર્ષતા (degeneracy) દૂર થાય છે. અને આપેલ  $n$  મૂલ્ય માટે જુદી જુદી મળતી  $n$  કક્ષાઓમાં ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા જુદી જુદી શક્ય બને છે.

### 1.5 બોહરની થીયરીની મર્યાદાઓ(Limitations of the Bohr's Theory)

બોહરની થીયરી સફળ હોવા છતાં તેની કેટલીક મર્યાદાઓ હતી.

1. કેટલાક જટિલ પરમાણુઓના વર્ણપટની ગણતરી કરી શકાતી નથી.

2. સાદા પરમાણુના સામાન્ય હિલિયમના એક કરતાં ઇલેક્ટ્રોનના વ્યવહાર પણ આ બોહર થીયરીમાં નથી સમજાવી શકાતું.

3. વર્ણપટની રેખાઓની તિવ્રતાઓની ગણતરી થતી નથી.

4. ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં રેખાઓનું જટિલ વિભાજનના પરિણામ મેળવવામાં પણ તે અસફળ છે. જેને અસામાન્ય ઝિમાન અસર કહે છે.

5. હાઇડ્રોજનના સૂક્ષ્મ બંધારણની રેખાઓ અને આલ્કલી ધાતુના બંધારણની રેખાઓ ગણી શકાતી નથી.

## 1.6 દાખલ(Example) :

1.હાઇડ્રોજન માટે (i) પ્રથમ ઉત્તેજન સ્થિતિમાન અને (ii) આયનીકરણ સ્થિતિમાન મેળવો.

પ્રથમ કક્ષા ( n=1) માંથી બીજી કક્ષા ( n=2) માં ઉત્તેજિત કરવા માટેના વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવતને પ્રથમ ઉત્તેજન સ્થિતિમાન કહે છે.

$$\text{માટે } eV_1 = E_2 - E_1 = hv$$

$$v = \frac{c}{\lambda}$$

$$\therefore eV_1 = hC\bar{\nu}$$

$$\therefore eV_1 = hCR \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

$$\therefore eV_1 = hCR \cdot \frac{3}{4}$$

$$\text{હવે, } V_1 = \frac{3}{4} \frac{hCR}{e}$$

$$= \frac{3}{4} \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \times 1.097 \times 10^7}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$= 10.22 \text{ V}$$

જે સ્થિતિમાને પ્રથમ કક્ષા ( n=1) માંથી ઇલેક્ટ્રોન પરમાણુની બહાર ( n=∞ ) જાય તે સ્થિતિમાને આયનીકરણ સ્થિતિમાન કહેવાય છે.

$$\text{માટે } eV = E_{\infty} - E_1$$

$$= hCR \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right)$$

$$\therefore eV = hCR$$

$$\therefore V = \frac{hCR}{e}$$

$$= \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \times 1.097 \times 10^7}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$= 13.6 \text{ V}$$

## 1.7 સ્વાધ્યાય (Exercise):

૧. ક્રાંતિ સ્થિતિમાન એટલે શું ?
૨. ક્રાંતિ સ્થિતિમાન માપવાની બે રીતો જણાવો.
૩. ક્રાંતિ સ્થિતિમાન માપવાની મુખ્ય રીત કયા વૈજ્ઞાનિકે આપી હતી?
૪. ક્રાંતિ સ્થિતિમાન માપવાના પ્રયોગની રેખાકૃતિ દોરો.
૫. આકૃતિ દોરી ફેન્ક -હર્ટઝનો પ્રયોગ સમજાવો.
૬. બોહરવાદની ક્ષતિઓ જણાવો.
૭. વ્યાખ્યા - સ્થિતિસ્થાપક સંઘાત અને અસ્થિતિસ્થાપક સંઘાત
૮. સોમરફેલ્ડે દર્શાવેલ ક્વોન્ટીમીકરણની શરત સૂત્ર રૂપે લખો.
૯. સોમરફેલ્ડ મોડેલની સમજૂતી આપી જરૂરી સૂત્ર  $\frac{b}{a} = \frac{k}{n}$  મેળવો.
૧૦. કયા સપેક્ષવાદીય સૂત્રથી સોમરફેલ્ડ મોડેલમાં અપકર્ષતા દૂર થઈ ?
૧૧. બોહરની થીયરીની મર્યાદાઓ જણાવો.

## હેતુલક્ષી પ્રશ્નો:

૧. ફેન્ક હર્ટઝના પ્રયોગમાં જવાબ ( b )
  - (a) ફિલામેન્ટ F ની સાપેક્ષ ગ્રીડ G ને ઋણ રાખવામાં આવે છે.
  - (b) ફિલામેન્ટ F ની સાપેક્ષ ગ્રીડ G ને ધન રાખવામાં આવે છે.
  - (c) ફિલામેન્ટ F અને ગ્રીડ G બંનેને ધન રાખવામાં આવે છે.
  - (d) ફિલામેન્ટ F અને ગ્રીડ G બંનેને ઋણ રાખવામાં આવે છે.
૨. ફેન્ક હર્ટઝના પ્રયોગમાં જવાબ ( a )
  - (a) ગ્રીડ G ની સાપેક્ષ પ્લેટ P ને ઋણ રાખવામાં આવે છે.
  - (b) ગ્રીડ G ની સાપેક્ષ પ્લેટ P ને ધન રાખવામાં આવે છે.
  - (c) ગ્રીડ G અને પ્લેટ P બંનેને ધન રાખવામાં આવે છે.
  - (d) ગ્રીડ G અને પ્લેટ P બંનેને ઋણ રાખવામાં આવે છે.
૩. ફેન્ક હર્ટઝના પ્રયોગમાં પારાના પરમાણુ માટે પ્રથમ અનુનાદ સ્થિતિમાન ( c )
  - (a) 4.3eV મળે છે. (b) 9.4eV મળે છે.

- (c ) 4.9eVમળે છે. (d ) 3.4eVમળે છે.
૪. જ્યારે પરમાણુ સાથે ઇલેક્ટ્રોન અથડાય છે ત્યારે સ્થિતિસ્થાપક / સ્થિતિસ્થાપક અસ્થિતિસ્થાપક સંઘાતમાં પહેલાં અને પછી ઉર્જાના મૂલ્યનું સંરક્ષણ થાય છે.
૫. જો ઇલેક્ટ્રોનની ઉર્જાનું પરમાણુના બે સ્તરના ઉર્જાના મૂલ્યના તફાવત ઓછું કરતા ઓછું / વધારે હોય ત્યારે સ્થિતિસ્થાપક અથડામણ શક્ય બને છે.
૬. બોહરવાદમાં (c)
- (a) ફક્ત ક્લાસીકલ વાદનો ઉપયોગ થયો છે.  
 (b) ફક્ત ક્વોન્ટમવાદ નો ઉપયોગ થયો છે.  
 (c) ક્લાસીકલ અને ક્વોન્ટમ એમ બંનેનો ઉપયોગ થયો છે.  
 (d) ઉપર પૈકી એકપણ નહીં
૭. બોહરવાદમાં વર્ણપટ રેખાની ----- વિશે ખ્યાલ મળે છે પરંતુ આ આવૃત્તિ/ વાદ વર્ણપટ રેખાઓની ----- સમજાવી શકતો નથી. તીવ્રતા
૮. બોહરવાદ વડે વર્ણપટ રેખાઓનું સૂક્ષ્મ બંધારણ સમજાવી શકાતું નથી.— સાચું આ વિધાન સાચું છે કે ખોટું.
૯. સોમરફેલ્ડ મોડેલમાં નીચેના પૈકી કયું સૂત્ર સાચું છે. (a)
- (a)  $n = k + n_r$  (b)  $n_r = k + n$   
 (c)  $k = n + n_r$  (d) આ પૈકી એકપણ નહીં
૧૦. સોમરફેલ્ડ મોડેલમાં  $n = k + n_r$  માં k ને (c)
- (a) મુખ્ય ક્વોન્ટમ અંક કહે છે. (b) ત્રિજ્યાવર્તી ક્વોન્ટમ અંક કહે છે.  
 (c) એઝીમથલ ક્વોન્ટમ અંક કહે છે. (d) આ પૈકી એકપણ નહીં
૧૧. સાપેક્ષવાદીય સુધારા અનુસાર નીચેના પૈકી કયું સૂત્ર સાચું છે ? (b )

$$(a) m = \frac{m_0}{\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]}$$

$$(b) m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

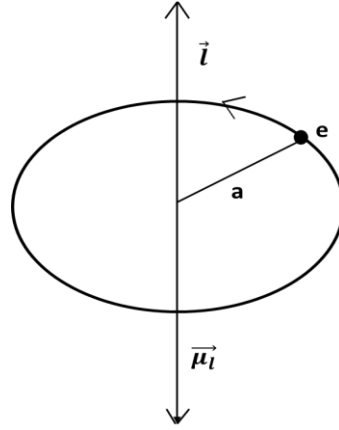
$$(c) m = \frac{m_0}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$(d) m = \frac{m_0}{\sqrt{1 + \frac{c^2}{v^2}}}$$

પરમાણુ વર્ણપટશાસ્ત્ર ( Atomic Spectra)-2

2.1.કક્ષીય ચુંબકીય દ્વિધ્રુવીય ચાકમાત્રા (બોહર મેગ્નેટોન) (Orbital Magnetic Dipole Moment: Bohar Magnetron):

પરમાણુના ઇલેક્ટ્રોનના કક્ષીય ક્વોન્ટમ નંબરનો અભ્યાસ તથા ઇલેક્ટ્રોનનું ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં કોણીય વેગમાન શોધી શકાય છે. કક્ષીયગતિ કરતો ઇલેક્ટ્રોન વર્તુળાકાર તારમાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહ વડે ઉત્પન્ન થતા ચુંબકીયક્ષેત્ર જેમજ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. ઇલેક્ટ્રોનની કક્ષીયગતિને કારણે રચાતી વિદ્યુત લુપનું ચું.ક્ષેત્ર ચુંબકીય દ્વિધ્રુવીના ક્ષેત્ર જેવું જ હોય છે. બીજા શબ્દોમાં આ વિદ્યુતલુપને અમુક ચુંબકીય ચાકમાત્રા ધરાવતી ચુંબકીય દ્વિધ્રુવી ગણી શકાય.



જો વર્તુળમાં  $v$  ઇલેક્ટ્રોનની ઝડપ હોય, ( ઇળ  $m$  , વિદ્યુતભાર  $e$ ,  $esu$  ) બોહરની ત્રિજ્યા  $a$  તેની ચુંબકીય પ્રવાહને જો  $i$  વડે દર્શાવીએ તો

$$\therefore i = \frac{e}{cT} \text{ emu}$$

જ્યાં  $c$  = પ્રકાશનો વેગ,  $T$  = ઇલે.નું કક્ષીય આવર્તકાળ,

$$T = \frac{2\pi a}{v}$$

$$\therefore i = \frac{e}{c} \frac{v}{2\pi a} \text{ emu}$$

ઇલેક્ટ્રોન મેગ્નેટીકની થીયરી પ્રમાણે ચુંબકીયક્ષેત્રમાં કક્ષીય ચુંબકીય દ્વિધ્રુવી ચાકમાત્રા  $\vec{\mu}_l$  માટે વિદ્યુતપ્રવાહ લુપનું  $i$  ક્ષેત્રફળ  $A$  છે.

$$\therefore |\vec{\mu}_l| = i A$$

અને તેની દિશા આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કક્ષકને સમતલને લંબ છે. ઉપરના સમીકરણમાંથી  $i$  નું મૂલ્ય ઉમેરતાં તથા  $A = \pi a^2$  લેતાં,

$$\begin{aligned} |\vec{\mu}_l| &= \frac{e}{c} \frac{v}{2\pi a} \pi a^2 \\ &= \frac{eva}{2c} \text{ emu} \text{ --- (1)} \end{aligned}$$

કારણકે ઇલે. ઋણ વિદ્યુતભાર ધરાવે છે. તેથી કક્ષીય કોણીય વેગમાન  $\vec{I}$  થી વિરુદ્ધ દિશામાં ચુંબકીય દ્વિધ્રુવી ચાકમાત્રા  $\vec{\mu}_l$  છે. તેથી ચુંબકીય ક્ષેત્ર

$$|\vec{I}| = mva \text{ --- (2)}$$

સમી. (1) અને (2) નો ગુણોતર લેતાં,

$$\frac{|\vec{\mu}_l|}{|\vec{I}|} = \frac{e}{2mc} \text{ --- (3)}$$

જેમાં કક્ષીય ચુંબકીય ચાકમાત્રા અને કક્ષીય કોણીય વેગમાનનો ગુણોતર અચળ છે. અને તે કક્ષકોથી સ્વતંત્ર છે. આ ગુણોતરને “ગાયરોમેગ્નેટીક ગુણોતર” કહે છે.

સમી.(3) ને સદિશ સ્વરૂપમાં ફરીથી લખતાં,

$$\vec{\mu}_l = - \frac{e}{2mc} \cdot \vec{I}$$

અહીં ઋણ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે સદિશ  $\vec{\mu}_l$  ની દિશા સદિશ  $\vec{I}$  ની દિશા કરતાં વિરુદ્ધ હોય છે. છેલ્લા સમી. ને જરૂરી સંબંધમાં દર્શાવતાં,

$$\vec{\mu}_l = - g_l \frac{e}{2mc} \cdot \vec{I} \text{ જ્યાં } g_l = 1$$

અહીં  $g_l$  ને કક્ષીય  $g$  ફેક્ટર કહે છે.

ક્વોન્ટમ મીકેનિક્સ પ્રમાણે ચુંબકીય ક્ષેત્ર  $\vec{I}$  દર્શાવતાં ,

$$|\vec{I}| = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi}$$

જ્યાં  $l$  એ કક્ષીય ક્વોન્ટમ નંબર છે. ચુંબકીયક્ષેત્રમાં કક્ષીય ચુંબકીય ચાકમાત્રા

$$|\vec{\mu}_l| = \sqrt{l(l+1)} \frac{eh}{4\pi mc} \text{ (cgs એકમમાં) --- (4)}$$

કક્ષીય ચુંબકીય ચાકમાત્રા  $\frac{eh}{4\pi mc}$  ને સાદી રીતે માપી શકાય છે.  $\frac{eh}{4\pi mc}$  ને બોહરમેગ્નેટોન ( $\mu_B$ ) કહેવામાં આવે છે.

$$1 \mu_B = \frac{eh}{4\pi mc} = \frac{(4.8 \times 10^{-10} \text{ esu})(6.63 \times 10^{-27} \text{ arg.sec})}{4 \times 3.14 \times (9.1 \times 10^{-28} \text{ gram}) \times (3 \times 10^{10} \text{ cem/sec})}$$

$$= 0.928 \times 10^{-20} \text{ arg./gauss}$$

$$|\vec{\mu}_l| = \sqrt{l(l+1)} \mu_B \text{ ----- (5)}$$

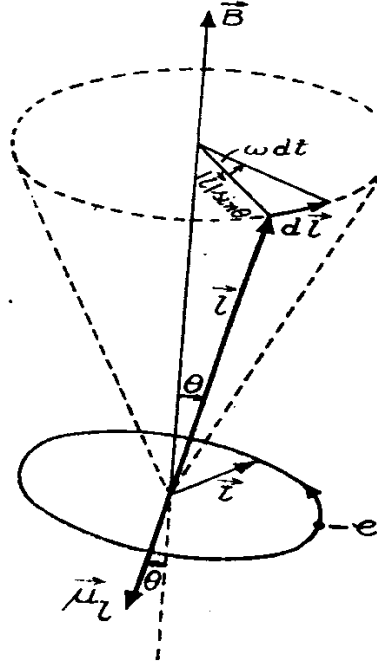
સમી.(3) અને સમી.(4) ને MKS પદ્ધતિમાં દર્શાવતાં,

$$\left| \frac{\vec{\mu}_l}{\vec{I}} \right| = \frac{e}{2m} \quad \text{અને} \quad |\vec{\mu}_l| = \sqrt{l(l+1)} \frac{eh}{4\pi m}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{બોહરમેગ્નેટોન } \mu_B &= \frac{eh}{4\pi m} = \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ coulomb}) \times (6.63 \times 10^{-34} \text{ jule.sec})}{4 \times 3.14 \times (9.1 \times 10^{-28} \text{ gram})} \\ &= 0.928 \times 10^{-23} \text{ amp.m}^2 \text{ or jule/vebar} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

## 2.2.લામર પ્રિસીશન ( Larmor Precession):

પરમાણુ ન્યુક્લિયસ આસપાસ ઇલે. ચુંબકીય દ્વિધ્રુવી સાથે સમપ્રમાણમાં ફરે છે. જ્યારે પરમાણુને બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મૂકતાં ઇલે. ક્ષેત્રની ધરીની દિશામાં કક્ષકોની સાથે પ્રિસીશન કરે છે. આ ઘટનાને લામર પ્રિસીશન અને તે પ્રિસીશન વખતેની આવૃત્તિને લામર આવૃત્તિ કહે છે.



આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ ઇલે. ને બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\vec{B}$  ની કક્ષકમાં છે. ઇલે.નો કક્ષીય કોણીયવેગમાનને સદિશમાં  $\vec{I}$  દર્શાવ્યો છે. જે કક્ષકોના સમતલને લંબ છે. હવે જો  $\theta$  એ  $\vec{I}$  અને  $\vec{B}$  વચ્ચેનો ખૂણો હોય તો ઇલે.ની કક્ષીય ધ્રુવીય ચાકમાત્રા  $\vec{\mu}_l$  તો દર્શાવતાં,

$$\vec{\mu}_l = - \frac{e}{4mc} \cdot \vec{I} \text{ ----- (1)}$$

જ્યાં  $e$  એ  $m$  દળ ધરાવતાં ઇલે.નો વિદ્યુતભાર છે. (esu એકમમાં) ઋણ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે  $\vec{\mu}_l$  એ  $\vec{I}$  ની વિરુદ્ધ છે. તેના પરિણામે  $\vec{B}$  ના આંતરિક ભાગમાં દ્વિધ્રુવી ટોર્ક  $\vec{\tau}$  ઉત્પન્ન થાય છે.



$$\vec{\tau} = \vec{\mu}_l \times \vec{B} \text{ --- (2)}$$

સમી.(1) અને સમી.(2) પરથી ટોર્ક  $\vec{\tau}$  હંમેશાં કોણીય વેગમાન  $\vec{I}$  ને લંબ હોય છે. ટોર્કના કિસ્સામાં જાણીએ છીએ કે કોણીય વેગમાનના નિયમ મુજબ ફેરફાર હોય છે. અને તે ટોર્કની દિશા તરફ દર્શાવે છે.

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{I}}{dt}$$

ઇલે.નું ટોર્કમાં  $\vec{I}$  એ  $dt$  સમયમાં તેમાં  $d\vec{I}$  જેટલો ફેરફાર ઉત્પન્ન કરે છે. તેથી કોણીયવેગમાન  $\vec{I}$  એ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં અચળ હોય છે. પરંતુ તેની દિશા બદલાતી હોય છે. ઘણા સમય પછી  $\vec{I}$  એ  $\vec{B}$  ની કિનારી આજુબાજુ એટલે કે  $\vec{I}$  અને ઇલે. કક્ષક  $\vec{B}$  ની ફરતે વચ્ચે ખૂણો બનાવે છે. જો  $\omega$  એ પ્રિસીશનનો કોણીય વેગ હોય અને  $\vec{I}$  ને  $dt$  સમયમાં  $\omega d\omega$  જેટલો ખૂણો દર્શાવતાં આકૃતિ પ્રમાણે જોવા મળે છે.

$$\omega dt = \frac{d\vec{I}}{|\vec{I}|\sin\theta} \quad (\because \text{ખૂણો } \alpha = \frac{\text{ચાપ}}{\text{ત્રિજ્યા}})$$

$$\text{અથવા } \omega = \frac{|d\vec{I}|}{dt} \cdot \frac{1}{|\vec{I}|\sin\theta} = \frac{|\vec{I}|}{|\vec{I}|\sin\theta}$$

$$\text{સમી.(2) પરથી } |\vec{\tau}| = |\vec{\mu}_l| B \sin\theta$$

$$\therefore \omega = \frac{|\vec{\mu}_l|}{|\vec{I}|} B$$

એટલે કે ચુંબકીયક્ષેત્રમાં લામર પ્રિસીશનની કોણીય વેગ સરખું ઉત્પન્ન થાય છે. અને ચુંબકીય ચાકમાત્રા અને કોણીય વેગમાનનો ગુણોતર મળે છે. તેથી લામર પ્રિસીશનનો કોણીય વેગ એ ચુંબકીયક્ષેત્ર અને ચુંબકીય ચાકમાત્રા તથા કોણીય વેગમાનના ગુણોતરના ગુણાકાર જેટલો હોય છે.

ફરીથી સમી.(1) લેતાં,

$$\therefore \frac{|\vec{\mu}_l|}{|\vec{I}|} = \frac{e}{2mC}$$

$$\therefore \omega = \frac{e}{2mC} B$$

$$\therefore \text{લામર આવૃત્તિ( પ્રિસીશન આવૃત્તિ) } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{e}{4\pi mC} B$$

આ પ્રિસીશન આવૃત્તિ છે. જે નમન કોણ  $\theta$  થી સ્વતંત્ર છે. MKS પદ્ધતિમાં  $e$  એ કુલંબમાં,  $m$  એ કિલોગ્રામમાં અને  $B$  એ ટેસ્લામાં લેતાં ,

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{e}{4\pi m} B$$

આ પ્રમેય પરમાણુનું બંધારણ સમજાવવા માટે મહત્વનો છે. બાહ્ય ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં થતા પ્રિસીશનથી શક્તિસ્તરોની સરળતાથી ગણતરી કરી શકાય છે.

### 2.3. અવકાશીય ક્વોન્ટમીકરણ (Space Quantization):

અવકાશમાં કક્ષાની ચોક્કસ અસતત નમન પરિસ્થિતિઓની હકીકતને અવકાશીય ક્વોન્ટમીકરણ કહેવામાં આવે છે. જ્યારે પરમાણુને બાહ્ય ચુંબકીય ક્ષેત્ર  $\vec{B}$  માં મૂકતાં, ઇલે. ક્ષેત્રની દિશામાં અને તેની અક્ષ પર પ્રિસેસન કરે છે. ઇલે. કક્ષીય કોણીય વેગમાન સદિશ  $\vec{l}$  એ  $\vec{B}$  સાથે શંકુ આકારે ફરે છે. તથા  $\vec{l}$  અને  $\vec{B}$  વચ્ચેનો ખૂણો અચળ હોય છે.

જો ચુંબકીય ક્ષેત્ર  $\vec{B}$  ને  $z$  - અક્ષ સાથે દર્શાવીએ તો તેના ઘટકો  $\vec{l}$  ને સમાંતર અને ક્ષેત્રની દિશામાં હોય તો,

$$\therefore l_z = |\vec{l}| \cos \theta$$

જ્યાં  $\theta = I$  અને  $z$  વચ્ચેનો ખૂણો.

ક્વોન્ટમ મીકેનિક્સ પ્રમાણે ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં કોણીય વેગમાન અને તેના  $z$  ઘટકો એક બીજા સાથે સંબંધ ધરાવે છે.

$$\therefore |\vec{l}| = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi}$$

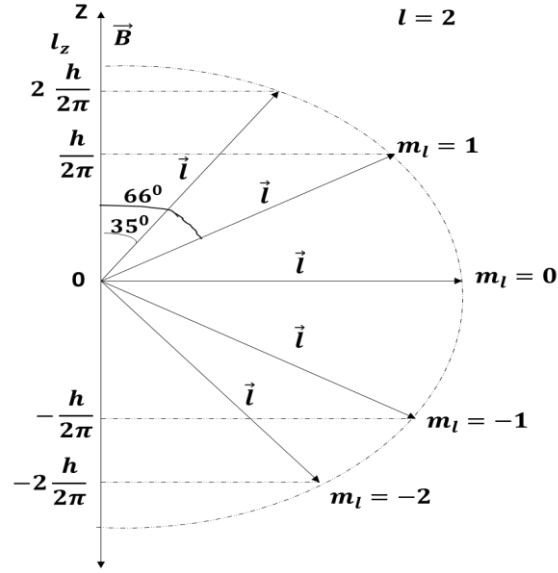
$$\text{અને } l_z = m_l \frac{h}{2\pi}$$

જ્યાં  $l$  અને  $m_l$  એ બંને કક્ષીય અને ચુંબકીય ક્વોન્ટમ નંબરો છે. તેથી  $\vec{l}$  અને  $z$  ઘટકોના  $\theta$  ખૂણાથી ક્વોન્ટમ નંબરો  $l$  અને  $m_l$  શોધી શકાય છે.

$$\cos \theta = \frac{l_z}{|\vec{l}|} = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}$$

જ્યાં આપેલ  $l$  ની કિંમત માટે  $m_l (= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \dots \pm l)$  એટલે કે  $l$  ના આપેલા મૂલ્યો માટે  $m_l$  ને  $(2l + 1)$  મૂલ્યો હોઈ શકે. બીજા શબ્દોમાં પ્રસ્થાપિત કરેલા ચું.ક્ષેત્રની દિશા પર સદિશ  $\vec{l}$  ને  $(2l + 1)$  જેટલા ઘટકો મળે એટલે કે ચું.ક્ષેત્રને અનુલક્ષીને  $\vec{l}$  ને  $(2l + 1)$  જેટલાં એવાં નમનો હોઈ શકે. પરમાણુમાં આ “અવકાશીય ક્વોન્ટમીકરણ” કહે છે.

કક્ષીય કોણીય વેગમાન સદિશ અવકાશીય ક્વોન્ટમીકરણમાં  $l = 2$  અથવા  $\vec{l} = \sqrt{6} \frac{h}{2\pi}$  આકૃતિ પ્રમાણે દર્શાવતાં,



જો  $l = 2$  હોય તો  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2$

$$l_z = 0, \pm \frac{h}{2\pi}, \pm 2 \frac{h}{2\pi}$$

એવી જ રીતે ક્ષેત્રના  $z$  અક્ષમાં  $\vec{l}$  ની સાપેક્ષે ના મૂલ્યો મળે છે. જેમકે

$$\cos \theta = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}} = 0, \pm \frac{1}{\sqrt{6}}, \pm \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$= 0.8165, 0.4082, 0, -0.4082, -0.8165$$

$$\theta \cong 35^\circ, 66^\circ, 90^\circ, 114^\circ, 145^\circ$$

જ્યારે  $|m_l|$  નું મૂલ્ય  $\sqrt{l(l+1)}$  કરતાં નાનું હોય ત્યારે  $\vec{l}$  ને  $\vec{B}$  સાથે શક્ય તેટલા લંબ કે અલંબ દર્શાવી શકાય નહીં.

[ઉદાહરણ :  $f$  ઇલેક્ટ્રોનના કક્ષીય કોણીય વેગમાનનું અવકાશીય ક્વોન્ટમીકરણ આપો.

$f$  ઇલેક્ટ્રોન માટે  $l = 3$

$$\vec{l} = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

$$= \sqrt{12} \hbar = 2\sqrt{3} \hbar$$

$l = 3$  હોવાથી

$$m_l = 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3.$$

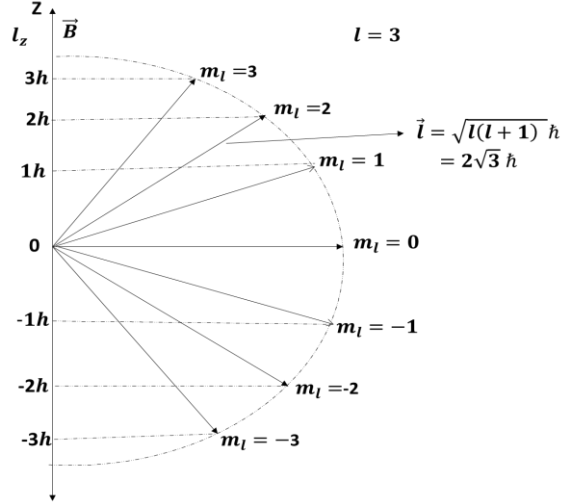
$$l_z = 3h, 2h, h, 0, -h, -2h, -3h$$

$$\text{વળી, } \frac{l_z}{|\vec{l}|} = \cos \theta$$

જ્યાં  $\theta = \vec{l}$  અને  $z$  દિશા વચ્ચેનો કોણ. આથી  $\cos \theta$ નાં નીચેનાં મૂલ્યો મળશે.

$$\frac{3}{2\sqrt{3}}, \frac{2}{2\sqrt{3}}, \frac{1}{2\sqrt{3}}, 0, -\frac{1}{2\sqrt{3}}, -\frac{2}{2\sqrt{3}}, -\frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$\cos \theta$  નાં આ મૂલ્યો પરથી  $\theta$  ના શક્ય મૂલ્યો શોધી શકાય અને  $z$  અક્ષ સાથે તેટલા કોણ બનાવતી દિશામાં  $\vec{l}$  નાં સ્થાન નક્કી કરી શકાય. આવી ગણતરી વડે  $l = 3$  માટે મેળવેલાં  $\vec{l}$  નાં જુદાંજુદાં નમનો અને તે અનુસારનાં  $z$  પરનાં  $l_z$  ઘટકો ઉપરની આકૃતિમાં દર્શાવ્યાં છે.



કોઇપણ સ્થિતિમાં સદિશ  $\vec{l}$  ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર કે પ્રતિ સમાંતર થતો નથી. ક્લાસીકલ વાદ અનુસાર તો મુક્ત રીતે ભ્રમણ કરતા કોઇ ગજિયા ચુંબકને સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકવામાં આવે તો તે ક્ષેત્રને સમાંતર ગોઠવાઇ જાય છે.]

## 2.4.ઇલેક્ટ્રોન સ્પીન (Electron Spin):

સોમરફિલ્ડે ક્વોન્ટમ થીયરીમાં હાઇડ્રોજનના સૂક્ષ્મ બંધારણના વર્ણપટને સમજાવ્યો. જેમાં તેણે સાપેક્ષવાદીય સમજૂતી માટે લંબવૃત્તીય કક્ષકનો માર્ગ પસંદ કર્યો. જે નિષ્ફળ ગયો. તેની બે મૂળભૂત નિષ્ફળતાઓ નીચે મુજબ છે.

- (1) સોમરફિલ્ડે દર્શાવેલ સૂક્ષ્મ વર્ણપટના બંધારણ માટે આલ્કલી તત્ત્વોમાં મળતી વર્ણપટની ડબલેટ ( બે રેખા) સાથે બંધ બેસતી નથી. આલ્કલી પરમાણુમાં એક ઇલે.( પ્રકાશીય) જે ફરે છે તે બોહરની કક્ષકની જેમ એટલે કે ઓછા વેગથી મોટી ત્રિજ્યામાં ફરે છે. તેથી આલ્કલી તત્ત્વોની રેખામાં સાપેક્ષવાદીય અસર સૂક્ષ્મબંધારણ માટે ઓછી તથા વધારે આંકડામાં મળે છે.(હાઇડ્રોજનની સરખામણી માં)

(2) અસામાન્ય ઝિમાન અસર સમજાવવા માટે સામાન્ય ક્વોન્ટમ થીયરી નિષ્ફળ ગઇ છે. દા.ત. જ્યારે પ્રકાશના ઉદગમસ્થાનને કોઇ બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મૂકતાં પરમાણુ વર્ણપટમાંથી ચાર, છ અને વધારે ઘટકો ધરાવતી રેખાઓ મળે છે. ઉપરોક્ત નિષ્ફળતાઓને લીધે ઇ.સ.1925માં ગાઉડસ્મીટ અને યુહબેનબેકે એક અગત્યનો અધિતર્ક રજૂ કર્યો. આ અધિતર્ક અનુસાર ઇલે.ને વિદ્યુતભાર અને દળ ઉપરાંત એક બીજો આંતરિક ગુણધર્મ છે આ ગુણધર્મ અનુસાર ઇલે.ને તેના કોઇ પણ કક્ષીય કોણીય વેગમાનથી સ્વતંત્ર રીતે એક વધારાનું આંતર કોણીય વેગમાન છે. આને “ સ્પીન કોણીય વેગમાન” અને “ સ્પીન ચુંબકીય ચાકમાત્રા” પણ કહે છે.

સ્પીન કોણીય વેગમાન  $S$  સૂત્ર વડે દર્શાવતાં,

$$|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)} \frac{h}{2\pi}$$

જ્યાં  $s =$  સ્પીન કોણીય વેગમાન  $= \frac{1}{2}$  (પ્રાયોગિક મૂલ્ય પ્રમાણે)

$$\therefore |\vec{S}| = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)} \frac{h}{2\pi} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{h}{2\pi}$$

ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં  $z$  અક્ષ સાથે  $\vec{S}$  ના ઘટકો લેતાં,

$$S_z = m_s \frac{h}{2\pi}$$

જ્યાં  $m_s =$  સ્પીન ચુંબકીય ક્વોન્ટમ નંબર અને  $(2s+1) = 2$  લેતાં  $+s$  અને  $-s$  મળે છે.

$$m_s = \pm \frac{1}{2} \quad \text{અને તેથી } S_z = \pm \frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$$

ઇલે. સ્પીનનો ગાયરો મેગ્નેટીક ગુણોતર  $\frac{|\mu_s|}{\vec{S}}$  એ ( ઇલે. કક્ષકમાં ગતિ કરતો હોય માટે)  $\frac{|\mu|}{I} (= \frac{e}{2mc})$  ના  $S$ બલ ગુણોતર જેવો છે. ઇલે. ના સ્પીન ચુંબકીય ચાકમાત્રા  $\vec{\mu}_s$  એ સ્પીન કોણીય વેગમાન  $s$  ને જેમ લેતાં,

$$\vec{\mu}_s = -2 \frac{e}{2mc} \vec{S}$$

$\vec{\mu}_s$  એ  $\vec{S}$  ને વિરુદ્ધ હોવાથી ઋણ ચિહ્ન લીધેલ છે. (કારણ કે ઋણ વિદ્યુતભાર ધરાવે છે.) ઉપરના સંબંધ ને નીચે મુજબ દર્શાવતાં,

$$\vec{\mu}_s = -g_s \frac{e}{2mc} \vec{S} \quad , \quad \text{જ્યાં } g_s = 2$$

અહીં  $g_s$  ને “ સ્પીન  $g$  ફેક્ટર “ કહે છે. તેને MKS પદ્ધતિમાં દર્શાવતાં

$$\vec{\mu}_s = -g_s \frac{e}{2m} \vec{S}$$

ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં સ્પીન ચુંબકીય ચાકમાત્રા

$$|\vec{\mu}_s| = -2 \frac{e}{2mc} |\vec{S}| = \frac{e}{mc} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{h}{2\pi}$$

$$= \sqrt{3} \frac{eh}{4\pi mc} = \sqrt{3} \mu_B$$

જ્યાં  $\mu_B =$  બોહર મેગ્નેટ્રોન

સ્પીન કરતાં ઇલેક્ટ્રોનની સૂક્ષ્મબંધારણ અને અસામાન્ય ઝિમાન અસર નહિ પરંતુ પરમાણુમાં થતી અસર પણ સમજાવે છે. ઇ.સ.1928માં ડીરાક સાથે ગાઉડસ્મીટ અને યુહનબેક એ ઇલે. સ્પીનની ધારણા અને સાપેક્ષવાદીય ક્વોન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રની મદદથી સમજૂતી આપી કે ઇલે.ને આંતરીક કોણીય વેગમાન અને આંતરીક ચુંબકીય ચાકમાત્રા છે. તેથી ઇલે. સ્પીનને થીયરીના સંશોધન સાથે દર્શાવ્યો છે. પ્રાયોગિક ચકાસણી સ્ટર્ન ગાર્લકને પ્રયોગથી સમજાવી શકાય છે.

## 2.5. સદિશ પરમાણુ મોડેલ (Vector Model of the Atom):

પરમાણુના ઇલેક્ટ્રોનની કુલ કોણીય વેગમાન એ પરમાણુના કક્ષીય અને સ્પીન કોણીય ચાકમાત્રાના સંયોજનનું પરિણામ છે. કોણીય વેગમાન એ સદિશ રાશિ છે. આપણે કુલ કોણીય વેગમાનને કક્ષીય અને સ્પીન કોણીય ચાકમાત્રાના સદિશોના સંયોજનથી દર્શાવતા સદિશ મળે છે. જે સદિશ પરમાણુ મોડેલ દર્શાવે છે. કુલ કોણીય વેગમાન માટે પરમાણુમાં એક ઇલે. હોવો જરૂરી છે. ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં કક્ષીય કોણીય વેગમાન  $\vec{l}$  ને પરમાણ્વીય ઇલે. તરીકે લેતાં,

$$|\vec{l}| = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi}$$

અને  $Z$  અક્ષમાં ઘટક દર્શાવતાં,

$$I_z = m_l \frac{h}{2\pi}$$

જ્યાં  $l =$  કક્ષીય ક્વોન્ટમ નંબર

$$m_l = \text{ચુંબકીય ક્વોન્ટમ નંબર}$$

$$= l, l-1, \dots, -l+1, -l.$$

તેવી જ રીતે ચુંબકીય માં સ્પીન કોણીય વેગમાન લેતાં,

$$|\vec{S}| = \sqrt{S(S+1)} \frac{h}{2\pi}$$

$Z$  -અક્ષમાં ઘટક લેતાં,

$$S_z = m_s \frac{h}{2\pi}$$

જ્યાં  $S =$  સ્પીન ક્વોન્ટમ નંબર ( $S = \pm \frac{1}{2}$ )

$$m_s = \text{ચુંબકીય સ્પીન ક્વોન્ટમ નંબર} \left( m_s = \pm \frac{1}{2} = \pm S \right)$$

પરમાણુના એક ઇલે.ના કુલ કોણીય વેગમાન  $\vec{J}, \vec{l}$  અને  $\vec{S}$  નો સદિશ સરવાળો દર્શાવતાં,

$$\vec{J} = \vec{l} + \vec{S}$$

જરૂરી ક્વોન્ટમ શરતોને આધીન ચુંબકીય અને Z અક્ષના ઘટકોમાં  $\vec{J}$  ને બે ક્વોન્ટમ નંબર  $j$  અને  $m_j$  થી દર્શાવતાં

$$|\vec{J}| = \sqrt{j(j+1)} \frac{h}{2\pi} \text{ અને } J_s = m_l \frac{h}{2\pi}$$

$J$  = આંતરીક ક્વોન્ટમ નંબર

$m_l$  = ચુંબકીય ક્વોન્ટમ નંબર

$+j$  થી  $-j$  વચ્ચે સંકલન કરતાં શક્ય તેટલી  $m_j$  ની કિંમતો મળે છે.

$$m_j = j, j-1, \dots, -j+1, -j$$

કોણીય વેગમાન ક્વોન્ટમ નંબર સાથેના સંબંધો દર્શાવતાં  $j, l_z$  અને  $S_z$  અદિશ રાશિ મળે છે.

$$j_z = l_z \pm S_z$$

તેથી  $m_j = m_l \pm m_s$  મળે છે.

$j, l$  અને  $S$  ને સાપેક્ષે  $m_j, m_l$  અને  $m_s$  ના મહત્તમ મૂલ્યો મળે છે.

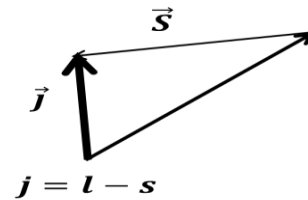
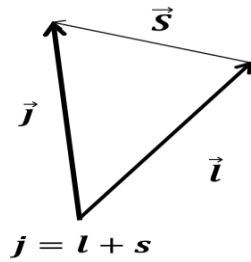
$$\therefore J = l \pm S$$

જ્યારે  $\vec{j}, \vec{l}$  અને  $\vec{S}$  નું ક્વોન્ટમીકરણ થતાં તેનું ખાસ સાપેક્ષવાદીય સંયોજન મળે છે. પરમાણુના એક ઇલે. માટે બે સંબંધોમાં સંયોજન મળે છે.

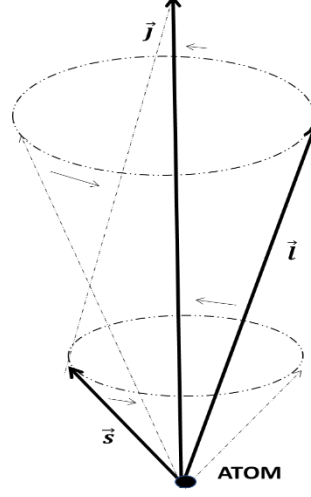
$$J = l + S, \quad |\vec{j}| > |\vec{l}|$$

$$j = l - S, \quad |\vec{j}| < |\vec{l}|$$

$\vec{l}$  અને  $\vec{S}$  ના જોડાણથી  $\vec{j}$  ની બે શક્યતાઓ મળે છે. ( જ્યાં  $l = 1, S = \frac{1}{2}$  ) જે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે.



પરમાણુ ઇલે.ના કોણીય ચાકમાત્રામાં  $\vec{S}$  અને  $\vec{I}$  વચ્ચે ચુંબકીય રીતે જાતે જ સંયોજન થાય છે. જેને સ્પીન કક્ષીય સંયોજન કહે છે અને દરેકના ટોર્ક મળે છે. આ  $\vec{I}$  અને  $\vec{S}$  ના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં આંતરીક ટોર્ક બદલાતા નથી કારણકે તેઓ સર્વસામાન્ય રીતે  $j$  ની આજુબાજુ ફરે છે. જે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે.



જ્યારે પરમાણુ અવકાશમાં મુક્ત હોય ત્યારે તેના પર બાહ્ય ટોર્ક લાગતો નથી તેથી કુલ કોણીય વેગમાન  $j$  નું ચુંબકીય તથા દિશામાં સંરક્ષણ થાય છે.  $\vec{I}$  અને  $\vec{S}$  વચ્ચે અક્ષના ખૂણા વ્યસ્ત હોય છે. કોસાઇન સૂત્ર પ્રમાણે,

$$|\vec{J}|^2 = |\vec{I}|^2 + |\vec{S}|^2 + 2|\vec{I}||\vec{S}|\cos(\vec{I}, \vec{S})$$

$$\therefore \cos(\vec{I}, \vec{S}) = \frac{|\vec{J}|^2 - |\vec{I}|^2 - |\vec{S}|^2}{2|\vec{I}||\vec{S}|}$$

$$= \frac{(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)s(s+1)}}$$

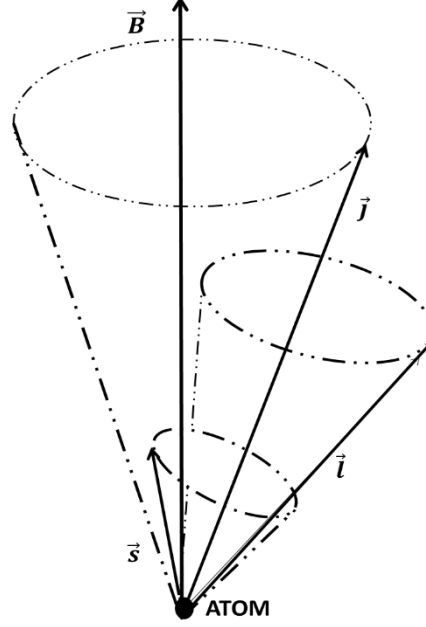
આ પરમાણુના એક ઇલે.નું સદિશ પરમાણુ મોડેલ છે. આના વડે ઘણા પરમાણુના ઇલે. મોડેલ બનાવી શકાય. બોહર સોમેરફિલ્ડની થીયરી સૂક્ષ્મ બંધારણ, અસામાન્ય ઝિમાન અસર, અતિ સૂક્ષ્મબંધારણ જેવી ઘટનાઓ સમજાવી શક્યા નથી.

સ્પીન ઇલે.નો ખ્યાલ એવો છે કે આલ્કલી ધાતુના સૂક્ષ્મબંધારણ વર્ણપટની ડબલ રેખાઓમાં સુસુપ્ત (અદૃશ્ય) રહેતી રેખાની વર્તણૂક આ સદિશ મોડેલ જેવું છે. ક્વોન્ટમ લેવલ પર ઇલે.ની શક્તિ ઉર્જા ક્રાંતો મહત્તમ અથવા ન્યૂનતમ હોય છે. (સ્પીન સદિશ  $\vec{S}$  ના વર્તણૂક પર આધારીત છે.) આ પરથી દરેક ક્વોન્ટમ લેવલ બે વિઘટન થઈ ગોણ લેવલ બને છે. ( $S$  લેવલ માટે  $\vec{I}$  શૂન્ય થાય છે.)

આમ દરેક વર્ણપટમાં વિઘટનથી બે ઘટક રેખાઓ મળે છે. વિઘટનથી મળતા ગાણીતીય મૂલ્યો એ પ્રાયોગીક રીતે સાબિત થયેલ છે. તેવી જ રીતે હાઇડ્રોજન સૂક્ષ્મબંધારણમાં સ્પીન કક્ષીય



બંધારણને સાપેક્ષવાદથી પણ સમજાવી શકાય છે. સદિશ મોડેલમાં  $j$  ની આસપાસ  $\vec{l}$  અને  $\vec{s}$  ફરે છે. જ્યારે પરમાણુને બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મૂકતાં  $\vec{j}$  એ  $\vec{B}$  ની દિશામાં ફરે છે. પરંતુ  $\vec{l}$  અને  $\vec{s}$  એ  $j$  ની આજુબાજુ ફરવાનું ચાલુ રાખે છે. ( આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. )  $\vec{B}$  ને સાપેક્ષે  $\vec{j}$  નમન થી ફરે છે. જે તેની ઉર્જામાં સહેજે ફેરફાર થાય છે. જેની સભિતી અસામાન્ય ઊંચાન અસરના પ્રયોગથી થાય છે.



પરમાણુમાં ઇલે. ન્યુક્લિયસની આસપાસ કોણીય વેગમાન અને ચુંબકીય ચાકમાત્રા થી ધીમે ધીમે ફરે છે. જ્યારે આ સદિશો પરમાણુ મોડેલમાં ઉમેરાય ત્યારે પ્રાયોગીક રીતે અતિ સૂક્ષ્મ બંધારણમાં વર્ણપટ રેખાઓ વર્ણવી શકાય.

## 2.6.વર્ણપટશાસ્ત્રની શરતો અને તેના સૂચનો(Spectroscopic Terms and their Notations)

અણુ ઇલેક્ટ્રોનની ક્વોન્ટેડ શક્તિ ઉર્જા સ્થિતિ ( ફક્ત ક્વોન્ટમ સ્થિતિ તરીકે ઓળખાતા) એ ક્વોન્ટમ નંબરો  $n, l, s$  અને  $j$  ના સંદર્ભમાં વર્ણવવામાં આવે છે. ઇલેક્ટ્રોન ની કક્ષીય ક્વોન્ટમ નંબર  $l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  અને  $s^*, p, d, f, g, \dots$  ઇલે. તરીકે નામ આપવામાં આવ્યું છે. અણુઓમાં અણુઓની સ્થિતિઓને ખાસ કરીને મુખ્ય ક્વોન્ટમ નંબર પર ધ્યાન આપે છે.આમ એક ઇલે. જેના માટે  $n = 2$  અને  $l = 0$  એ  $2s$  અણુ સ્થિતિમાં હોય છે. અને તે એક માટે  $n = 3$  અને  $l = 1$  તે  $3p$  અણુ અવસ્થામાં હોય છે વગેરે.

અણુઓના ઇલેક્ટ્રોનના ઉર્જા સ્તરોને “અણુઓની શરતો “ કહેવામાં આવે છે.ઉર્જા તરંગ સંખ્યાને અનુરૂપ રજૂ કરવામાં આવે તો તેને “શરતોની કિંમતો” કહે છે. એક ઇલે. અણુ માટે ઉર્જા સ્તરો ને  $l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  ને શરતો અનુરૂપ  $S, P, D, F, G, \dots$  કહે છે.

સ્પીન કક્ષા ની ક્રિયા પ્રતિક્રિયા દ્વારા આપેલ  $l$  ઇલેક્ટ્રોનના દરેક સ્તરને અનુક્રમે શરતોને અનુરૂપ બે પેટા સ્તરોમાં વિભાજિત કરવામાં આવે છે.

$$j = l + s = l + \frac{1}{2} \text{ અને } j = l - s = l - \frac{1}{2}$$

સાથે તે  $S$  ને ( $l = 0$ ) માટે  $j = \frac{1}{2}$  ફક્ત રજૂ કરે છે. ( $j$ , જે ઇલેક્ટ્રોનની કુલ કોણીય ગતિ નક્કી કરે છે તે નકારાત્મક હોઈ શકતું નથી.)  $l$  અને  $s$  ના જુદાજુદા સંભવિત દિશાઓની સંખ્યા અને તેથી  $j$  ના વિવિધ સંભવિત મૂલ્યોની સંખ્યા “શરતોના ગુણાકાર” તરીકે ઓળખાય છે. તે  $(2s + 1)$  ને બરાબર છે. આમ એક ઇલેક્ટ્રોનની શરતોની ગુણાકાર  $(2s + 1) = 2$  છે. તેને ડાબી સુપરસ્ક્રિપ્ટ તરીકે શબ્દના પ્રતીક તરીકે ઉમેરવામાં આવે છે. આમ  ${}^2S$ ,  ${}^2P$ ,  ${}^2D$  અને તેથી આગળ આને ડાબલિટ શબ્દો કહેવામાં આવે છે. વધુમાં કિંમત એક તરીકે ઉમેરવામાં આવે છે. જમણી બાજુ સબસ્ક્રિપ્ટ. આમ,

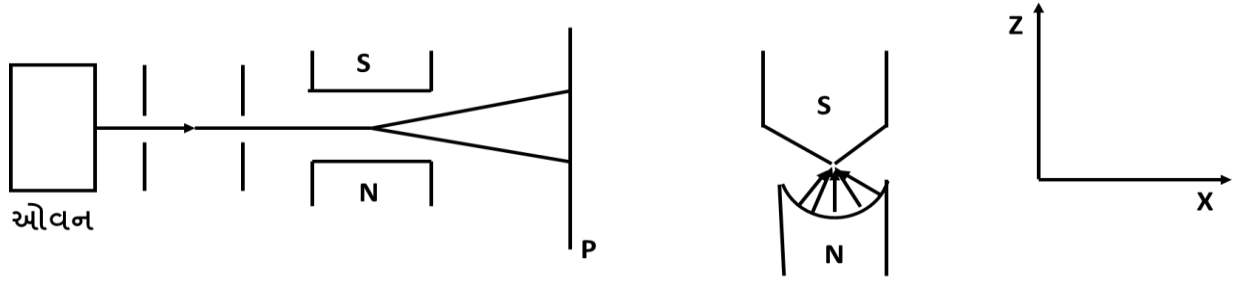
શરત	$l$	$j$	સંપૂર્ણ પદ્ધતિ
S	0	$\frac{1}{2}$	${}^2S_{1/2}$
P	1	$3/2, 1/2$	${}^2P_{3/2}, {}^2P_{1/2}$
D	2	$5/2, 3/2$	${}^2D_{5/2}, {}^2D_{3/2}$

ક્યારેક મુખ્ય ક્વોન્ટમ નંબર પણ શબ્દના પ્રતીકમાં ઉમેરવામાં આવે છે. જેમ કે  $2 {}^2P_{3/2}$  અહીં  $n = 2, l = 1, s = \frac{1}{2}, j = \frac{3}{2}$ . કેટલાક ઇલેક્ટ્રોન ધરાવતા પરમાણુમાં પરિભ્રમણ કોણીય  $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3, \dots$  પોતાને પરિણામે ઇલેક્ટ્રોનિક પરિભ્રમણ કોણીય વેગ આપવા માટે  $\vec{l}$  અણુની તીવ્રતા  $\sqrt{L(L+1)} h/2\pi$  છે. જ્યાં  $L$  એ અણુના કક્ષીય ક્વોન્ટમ નંબર છે. તેજ રીતે  $\vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{s}_3, \dots$  નો પરિણામી સ્પીન કોણીય વેગ  $\vec{s}$  નું, પરિણામ  $\sqrt{S(S+1)} \frac{h}{2\pi}$ . જ્યાં  $S$  અણુ માટે સ્પિન ક્વોન્ટમ નંબર છે. છેલ્લે  $\vec{l}$  અને  $\vec{s}$  જોડકાં અણુ માટે કુલ ઇલેક્ટ્રોનિક કોણીય વેગ  $\vec{j}$  તેની તીવ્રતા  $\sqrt{J(J+1)} h/2\pi$  છે.  $J$  જે અણુનો આંતરીક ક્વોન્ટમ નંબર છે. અણુની શરતો હવે સિંગલ્સ, ડબલ્સ, ત્રણ અને તેથી વધુ હોઈ શકે છે. તેઓ ને આજ રીતે એક ઇલેક્ટ્રોન અણુની શરત અને જેનો ઉપયોગ અનુક્રમે  $L, S, J$  માટે  $l, s, j$  કરે છે. અમે પછીના પ્રકરણમાં આ મુદ્દા પર પાછા આવીશું.

## 2.7. સ્ટર્ન- ગર્લાક પ્રયોગ (Stern- Gerlach Experiment):

આ પ્રકરણને 1922માં સ્ટર્ન- ગર્લાકના પ્રયોગના વર્ણન સાથે બંધ કરીએ છીએ. જે ઇલેક્ટ્રોન સ્પિનનો પ્રાયોગિક માહિતી જ નહીં પરંતુ અણુઓના અવકાશના પરિણામોનો સીધો નિર્દેશ પણ કરે છે. આમ પ્રાયોગિક પ્રદાન કરે છે. સદિશ પરમાણુ મોડેલની મુખ્ય સુવિધાઓની ચકાસણી

પ્રયોગની ગોઠવણ આકૃતિ બતાવવામાં આવી છે. પકવવાની નાની ભટ્ટીમાં ચાંદી ગરમ કરીને ચાંદીના અણુનો બીમ બનાવવામાં આવ્યો હતો.



થોડા સરસ કાપેલા દ્રારા સાથી અને તે પછી એક સાર્વત્રિક ચુંબકીય ક્ષેત્રમાંથી પસાર થઈ. આ ક્ષેત્ર ખાસ ડિઝાઇન કરેલા ધ્રુવ ટુકડાઓ દ્વારા બનાવવામાં આવ્યું હતું. જેનું કોસ વિભાગીય દૃષ્ટિકોણ નિયમીત રીતે પ્રદર્શિત થાય છે. તે બતાવે છે કે આકૃતિમાં નિર્ધારિત દિશામાં ક્ષેત્રની તીવ્રતામાં વધારો થાય છે. ચુંબકીય ક્ષેત્ર છોડતો બીમ ફોટોગ્રાફિક પ્લેટ P પર પ્રાપ્ત થયો હતો. પ્લેટ વિકસાવવા પર સીધી બીમનો કોઈ પત્તો મળતો ન હતો. સીધા બીમના સંદર્ભમાં સપ્રમાણ રીતે સ્થિતિ નિશાનો મળી આવ્યા હતા. આનો અર્થ એ થયો કે ચાંદીના અણુનો બીમ બે સ્વતંત્ર ઘટકોમાં વહેંચાયેલો છે. એક ઘટક +z દિશામાં વળેલું છે. અને બીજો -z દિશામાં વળેલો છે. અન્ય અણુઓનો ઉપયોગ કરીને પુનરાવર્તન કરવામાં આવતું હતું અને દરેક કિસ્સામાં બીમ બે અથવા વધુ સ્વતંત્ર ઘટકોમાં વહેંચાયેલું મળી આવ્યું હતું પરિણામની નીચે રીતે અર્થઘટન કરવામાં આવે છે.

એક ચુંબક વિજાતીય ચુંબકીય ક્ષેત્ર પેદા કરનાર ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ચોખ્ખું વિચ્છેદક શક્તિ ઉપયોગ કરે છે. જે ક્ષેત્રમાં ચુંબકના લક્ષ્ય પર આધારિત છે. અણુઓ નાનું ચુંબક હોવાને કારણે જ્યારે ક્ષેત્રમાં પસાર થાય ત્યારે તેઓ ભડકતી શક્તિઓને અનુભવે છે. જો અણુ સજાતીય ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ચુંબક અનુભવે છે ફક્ત એક જ ક્ષણનો ક્ષણ અને કોઈ અસ્પષ્ટ બળ નથી. તેથી પ્રયોગમાં તે ક્ષેત્રમાં આવશ્યકપણે બીન સજાતીય હોવું જોઈએ. ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં કોઈપણ અભિગમ હોઈ શકે છે. પછી બીમમાં હાજર લાખો અણુઓ માટે, તમામ સંભવિત દિશાઓ પ્રાપ્ત કરવામાં આવશે. અને બીમ એક અસ્પષ્ટ સતત બેન્ડમાં ( પટ્ટા) બદલાઈ જશે. પ્રયોગમાં તેમ છતાં ત્યાં ફોટોગ્રાફિક પ્લેટ પર કોઈ બેન્ડ નહીં પણ જુદી જુદી નિશાન હતી. આ બતાવે છે કે ક્ષેત્રમાંથી પસાર થતી આર્મ્સને વિશિષ્ટ દિશાઓમાં અવકાશ લક્ષી બનાવવામાં આવી હતી જેથી બીમ ફક્ત અમુક જ અલગ દિશાઓમાંથી વિક્ષેપિત થઈ શકે અને પ્લેટ પરના જુદા જુદા નિશાન આપે. આમ, પ્રાયોગિક પરિણામો ગુણાત્મકરૂપે અણુઓના અવકાશના પરિણામોનો સીધો પુરાવો છે.

ચાલો આપણે પ્રાયોગિક પરિણામોની માત્રાત્મક વિચારણા કરીએ. પરમાણુ ચુંબક દ્વારા અનુભવાયેલ સરેરાશ રૂપાંતરીત બળ ( અસામાન્ય ) ચુંબકીય ક્ષેત્ર છે.

$$F_Z = \frac{\partial B_Z}{\partial Z} \mu_{jz}$$

જ્યાં  $\frac{\partial B_Z}{\partial Z}$  એ Z-દિશામાં ક્ષેત્રના પરિવર્તનનો દર છે અને  $\vec{\mu}_j$  અણુના કુલ ( કક્ષીય + સ્પીન ) ચુંબકીય ક્ષણનો ભાગ  $\mu_{jz}$  છે. કુલ ચુંબકીય દ્વિપક્ષી ક્ષણ અને કુલ કોણીય વેગ જે વચ્ચેનો સંબંધ  $\vec{j}$  છે. જેથી

$$\vec{\mu}_j = -g_j \frac{e}{2mc} \vec{j}$$

$$\text{માટે } \mu_{jz} = g_j \frac{e}{2mc} j_z$$

$$= g_j \frac{e}{2mc} m_j \frac{h}{2\pi}$$

$$= g_j m_j \mu_B$$

જ્યાં  $g_j$  એ અનુરૂપ  $g$  ફેક્ટર છે. અને  $\mu_B (= \frac{eh}{4\pi mc})$  બોહર મેગ્નેટોન છે.  $m_j$  ની કુલ મૂલ્યો  $(2j + 1)$  સતત  $+j$  થી  $-j$  ધારણ કરી શકે છે.

$$\therefore F_Z = \frac{\partial B_Z}{\partial Z} g_j m_j \mu_B$$

આ બળને કારણે અણુઓ ( દળ  $M$  ) નું એક ત્રાંસો પ્રવેગ  $a_z$  હોય છે.

$$a_z = \frac{F_Z}{M} = \frac{1}{M} \frac{\partial B_Z}{\partial Z} g_j m_j \mu_B$$

જો  $v_x$  અણુઓની રેખાંશ વેગ હોય અને ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં તેમના માર્ગની લંબાઈ  $d$  હોય તો પછી  $t$  સમય માટે તેઓ અનુભવી ત્રાંસુ બળ હોય તો,

$$t = \frac{d}{v_x}$$

પરંતુ ગતિ સિદ્ધાંતથી સમૂહ દળ  $M$ ના અણુની વેગ  $v_x$  નું મૂલ્યાંકન ગોઠવણીથી કરવામાં આવે છે.

$$\frac{1}{2} M v_x^2 = \frac{3}{2} kT$$

જ્યાં  $k$  બોલ્ટ્ઝમેનનો અચળાંક અને  $T$  પકવવાની નાની ભઠ્ઠીનું કેલ્વિન તાપમાન છે. આમાંથી

$$\text{આપણી પાસે } t = d \sqrt{\frac{M}{3kT}}$$

તેથી અણુઓ દ્વારા સહન કરાયેલ ત્રાંસા પરાવર્તન થયેલા અણુ ને લેતાં,

$$Z = \frac{1}{2} a_z t^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{M} \frac{\partial B_z}{\partial z} g_j m_j \mu_B d^2 \left( \frac{M}{3kT} \right)$$

$$= g_j m_j \frac{\frac{\partial B_z}{\partial z} \mu_B d^2}{6kT}$$

$m_j$  અણુ બીમ એમના સંભવિત મૂલ્યો  $(2j + 1)$  ને અનુરૂપ  $(2j + 1)$  ઘટકોમાં બદલી શકાય છે. પ્લેટ પર  $(2j + 1)$  નિશાની આપે છે.

ચાંદીના અણુઓ માટે બે નિશાની મેળવવામાં આવ્યા હતા. અને તે નિશાનો વચ્ચેના તફાવતને માપવા દ્વારા તે છેલ્લા અભિવ્યક્તિથી જાણવા મળ્યું હતું. કે

$$g_j m_j = \pm 1$$

પકવવાની નાની ભઠ્ઠીના તાપમાને ચાંદીના અણુઓ તેમની જમીનની સ્થિતિમાં હતા. જ્યાં  ${}^2S_{1/2}$  માટે જ્યાં  $l = 0$  અને  $j = s = \frac{1}{2}$

$$\text{તેથી તે } (2j + 1) = 2$$

માટે જેથી ત્યાં બે નિશાન હતા. આગળ,  $g_j = g_s = 2$

$$\text{અને } m_j = m_s = \pm \frac{1}{2}$$

સ્પિન પૂર્વધારણા દ્વારા રજૂ કરેલા પ્રમાણે,

$$\therefore g_j m_j = 2 \left( \pm \frac{1}{2} \right) = \pm 1$$

પ્રાયોગિક અવલોકન તરીકે,

$Zn, Cd, Hg$  અણુઓની જમીનની સ્થિતિ  ${}^1S_0$  છે  $Sn$  અને  $Pb$  માટે  ${}^3P_0$  છે. એટલે કે આ પરમાણુના બીમ ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં અવગણાશે નહીં આ અણુઓ માટે  $j = 0$  અને  $g_j m_j = 0$  તેથી આ ખરેખર કેસ હોવાનું જણાયું હતું. આ પ્રયોગના અસ્તિત્વ માટેનો પુરાવો છે કે ઇલેક્ટ્રોન સ્પિન ટેલર અને ફિલિપ્સ દ્વારા 1927 માં બતાવવામાં આવ્યું હતું. જેમણે સ્ટર્ન ગર્લાક પ્રયોગનું ઉપયોગ કરીને પુનરાવર્તન કર્યું. હાઇડ્રોજન અણુના બીમનો આ અણુમાં એકલાનો સમાવેશ થાય છે. ઇલેક્ટ્રોન અને થીયરીએ આગાહી કરી છે કે ગ્રાઉન્ડ સ્થિતિમાં ક્વોન્ટમ નંબર  $l = 0$  છે. સ્પિનની ગેરહાજરીમાં તેથી અમારી પાસે છે  $j = l = 0$  અને  $g_j m_j = 0$  અને બીમ દ્વારા પ્રભાવિત નહીં હોય તેવા મેગ્નેટિક ક્ષેત્ર જો કે ટેલર અને ફિલિપ્સને મળ્યું કે બીમ બે સમપ્રમાણતાના વિરોધમાં  $g_j m_j = \pm 1$  વિભાજિત થયેલ છે. અનુરૂપ આ માત્ર ત્યારે જ કેસ છે જ્યારે ઇલેક્ટ્રોન સ્પિન  $\frac{1}{2}$  દાખલ કરવામાં આવે અને ક્વોન્ટમ સ્પિનને સોંપવામાં આવે છે. ( $s = \frac{1}{2}$ )

## 2. 8. પાઉલીનો બાકાત સિધ્ધાંત (Pauli's Exclusion Principle):

તત્વો દ્વારા બતાવવામાં આવેલું ખૂબ જ અલગ રાસાયણિક વર્તણૂક જેમના પરમાણુ બંધારણમાં ફક્ત એક ઇલેક્ટ્રોન ( $F, Ne$  અને  $Na$  ની પાસે 9, 10 અને 11 ) દ્વારા જુદા પડે છે. અણુના ઇલેક્ટ્રોન સમાન ક્વોન્ટમ સ્થિતિમાં રહી શકતા નથી. અને આપેલ પરમાણુ પાસે ચોક્કસ ઇલેક્ટ્રોનિક રૂપરેખાંકન હોવું આવશ્યક છે. અણુઓના ઇલેક્ટ્રોનિક રૂપરેખાંકનોને સંચાલિત પાયાના સિધ્ધાંતની શોધ પાઉલી(1925) દ્વારા કરી હતી. જે મુજબ એક અણુમાં કોઈ બે ઇલેક્ટ્રોન એક જ ક્વોન્ટમ સ્થિતિમાં અસ્તિત્વમાં નથી આ પાઉલીના બાકાત સિધ્ધાંત તરીકે ઓળખાય છે.

આપણે સમાન કણોની પ્રણાલીનું વર્ણન કરતી તરંગ વિધેયના વિનિમય સમપ્રમાણતા ના આધારે પાઉલીનું સિધ્ધાંત ઘડી શકીએ છીએ. સરળતા માટે, અમે બે સરખા કણોની પ્રણાલીને ધ્યાનમાં લઈએ છીએ. અને તેમની પરસ્પર ક્રિયા પ્રતિક્રિયાને અવગણીએ છીએ. સિસ્ટમ માટે હેમિલ્ટોન ઓપરેટર લખી શકાય.

$$\hat{H} = \left\{ -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \nabla_1^2 + V(x_1, y_1, z_1, s_{z1}) \right\} + \left\{ -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \nabla_2^2 + V(x_2, y_2, z_2, s_{z2}) \right\}$$
$$= \hat{H}_1 + \hat{H}_2$$

જ્યાં  $\hat{H}_1$  અને  $\hat{H}_2$  બિન-ક્રિયાપ્રતિક્રિયાના અલગ કણો માટે હેમિલ્ટોનિયન ઓપરેટર છે. સિસ્ટમ માટે તરંગ વિધેય વ્યક્તિગત કણો માટે તરંગ વિધેયોના ઉત્પાદન તરીકે વ્યક્ત કરી શકાય છે. આમ,

$$\psi(1,2) = \psi(1)\psi(2)$$

અહીં તરંગ વિધેય  $\psi$  અવકાશી અને સ્પિન બંનેના સહગુણક સહિત કુલ તરંગ વિધેયનો સંદર્ભ આપે છે. જો કણો 1 ક્વોન્ટમ સ્થિતિ  $a$  માં છે અને કણો 2 ક્વોન્ટમ સ્થિતિ  $b$  માં છે. તો સિસ્ટમની તરંગ વિધેય,

$$\psi_{ab}(1,2) = \psi_a(1)\psi_b(2)$$

જો કણ 1 ને સ્થિતિ  $b$  માં અને કણ 2 સ્થિતિ  $a$  માં .તો તરંગ વિધેય ,

$$\psi_{ba}(1,2) = \psi_b(1)\psi_a(2)$$

કારણકે કણો અવિભાજ્ય છે. આપણે જાણી શકતા નથી કે કોઈ પણ કણો સિસ્ટમનું વર્ણન કરે છે કે નહીં. બંનેમાં સમાન સંભાવના છે. તેથી  $\psi_{ab}$  અને  $\psi_{ba}$  નું રેખીય સંયોજન સિસ્ટમનું યોગ્ય વર્ણન કરે છે. આમ

$$\psi(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(1)\psi_b(2) \pm \psi_b(1)\psi_a(2)]$$

પરિબળ  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  ને સામાન્ય બનાવવું  $\psi(1,2)$  જરૂરી છે આ તરંગ વિઘેય સિસ્ટમની સ્થિતિનું વર્ણન કરે છે. જેમાં એક કણ છે 1 સ્થિતિએ  $a$  અને એક સ્થિતિમાં  $b$ , પરંતુ આવા કે જેમાંથી બે કણો છે કે જરૂરીયાતોને સંતોષે છે.સામાન્ય રીતે બંને સ્થિતિમાં મળી આવે તેવી સંભાવના છે..સરખા કણો માટે તરંગ વિઘેયનું ધ્યાન રાખવું કારણકે તે બંને કણોના સંકલનના આદાનપ્રદાનને ધ્યાનમાં રાખીને સપ્રમાણ ( +સંકેત સાથે) અથવા વિરોધી સપ્રમાણ(- સંકેત સાથે) હોય છે.આમ, જો સિસ્ટમના કણો બોઝ કણો છે તો યોગ્ય તરંગ વિઘેય

$$\psi_{Bose}(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_a(1)\psi_b(2) + \psi_b(1)\psi_a(2)] \quad (\text{સમપ્રમાણ})$$

અને જો કણો ફર્મી કણો હોય તો તરંગ વિઘેય,

$$\psi_{Fermi}(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_b(1)\psi_a(2)] \quad (\text{અસ્તવ્યસ્ત})$$

જો આપણે બંને કણો એક જ ક્વોન્ટમ સ્થિતિમાં  $a \equiv b$  ધારીએ તો પછી આપણે જોઈએ છીએ કે,

$$\psi_{Bose}(1,2) \neq 0$$

$$\text{પરંતુ } \psi_{Fermi}(1,2) = 0$$

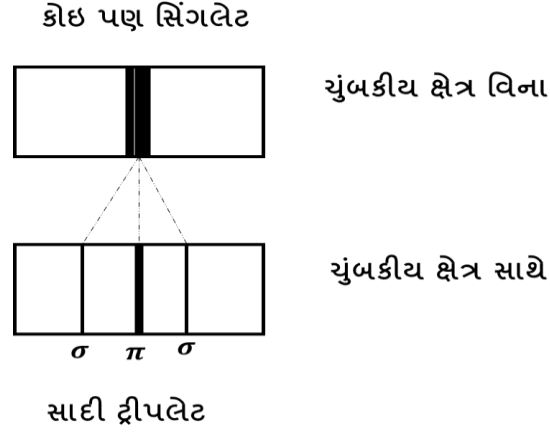
આમ જેમાં બોઝના બે કણો અસ્તિત્વમાં હોઈ શકે છે સમાન ક્વોન્ટમ સ્થિતિમાં બે ફર્મી કણો કરી શકતા નથી. કારણ કે ફર્મી કણો માટે તરંગ વિઘેય સમાન રીતે અદ્શ્ય થઈ જાય છે. તેથી અમે નિષ્કર્ષ છીએ કે બે બિન પ્રતિક્રિયા આપતા ફર્મી કણો એક સાથે સમાન ક્વોન્ટમ સ્થિતિમાં હોઈ શકતા નથી. *i. e.* તે બંને ક્વોન્ટમ નંબરના સમાન સેટ દ્વારા વર્ણવી શકાતા નથી. આમ, પાઉલીએ તેમના બાકાત સિધ્ધાંતનું મૂળ નિવેદન કે “એક અણુમાં કોઈ બે ઇલેક્ટ્રોન એકજ ક્વોન્ટમ અવસ્થામાં અસ્તિત્વમાં નથી.”એ વધુ સામાન્ય નિષ્કર્ષનું એક ખાસ કેસ છે. જે હમણાં જ દોરેલું છે.( ઇલેક્ટ્રોન એ ફર્મી કણો છે.)

આપણે વૈકલ્પિક રીતે કહી શકાય કે જો અસ્તવ્યસ્ત તરંગ વિઘેય દ્વારા બે કણોનું વર્ણન કરવામાં આવે તો તે બંને એક જ ક્વોન્ટમ સ્થિતિમાં હોઈ શકતા નથી. બાકાત સિધ્ધાંત એ બરાબર અસ્તવ્યસ્ત તરંગ વિઘેયોની મિલકત છે. આ અમને વિધાન તરફ દોરી જાય છે. કે ઘણા ઇલેક્ટ્રોન ધરાવતી પ્રણાલીને અસ્તવ્યસ્ત કુલ તરંગ વિઘેય દ્વારા વર્ણવી આવશ્યક છે. આ વૈકલ્પિક સિધ્ધાંત છે. આમ બાકાતના સિધ્ધાંતની બીજી રીતની રજૂઆત છે.

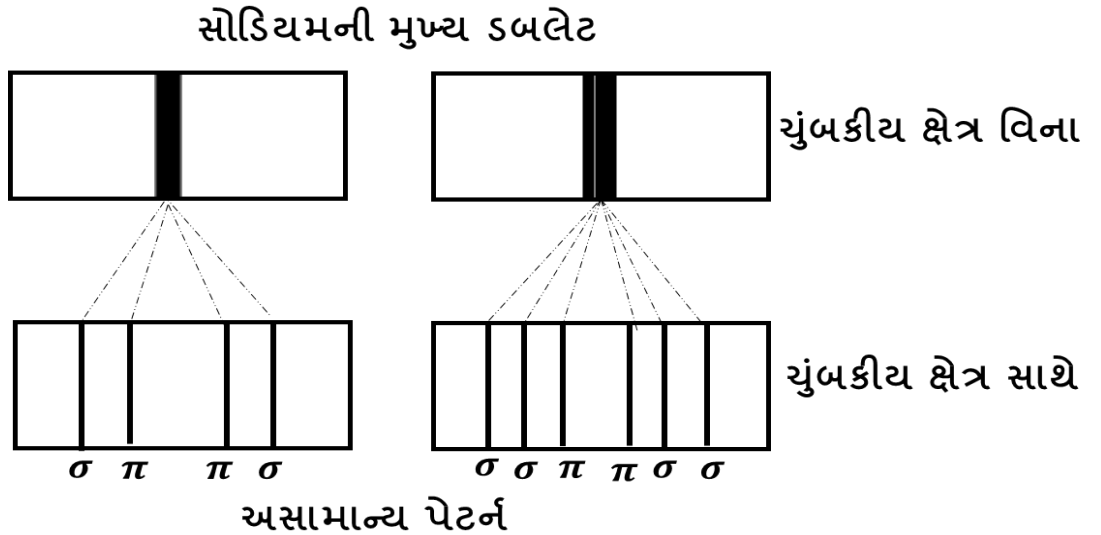
## 2.9.સામાન્ય અને અસામાન્ય ઝિમાન અસરો(Normal and Anomalous Zeeman Effects):

ઝિમાન, 1896માં નિરીક્ષણ કર્યું હતું કે જ્યારે અણુ( પ્રકાશ ઉદગમ) બાહ્ય ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકવામાં આવે છે ત્યારે તે ઉર્સજીત વર્ણપટ રેખાઓ ધ્રુવીય ઘટકોમાં વિભાજીત થાય છે.જ્યારે પરમાણુને

બાહ્ય ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકવામાં આવે છે ત્યારે વર્ણપટ રેખાઓ વિઘટન પામીને વધુ રેખાઓ ઉત્પન્ન કરે છે. વિઘટન થવાની પ્રક્રિયા 1 ટેસ્લાના દસમા ભાગ કરતા વધારે પ્રબળતા ચુંબકીય ક્ષેત્ર પર આધારિત હોય છે. પરમાણુની વર્ણપટ રેખાઓનું ચુંબકીય ક્ષેત્રને લીધે વિઘટન થવાની આ અસરને ઝિમાન અસર કહેવામાં આવે છે. જો સિંગલ વર્ણપટ રેખાનું ત્રણ ભાગમાં વિઘટન થાય, જેમાં વચ્ચેની રેખા તેમ જ રહે ( જે  $\pi$  - component ) તથા બે અન્ય રેખાઓનું બંને બાજુ સમાન અંતરે દેખાય છે. વળી તેનો ઇલેક્ટ્રિક સદિશ ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબરૂપે મળે છે. જેને ( $\sigma$  - component) કહે છે. આ ઘટનાને સામાન્ય ટ્રિપ્લેટ કહે છે. જે નીચેની આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. અને આ અસરને સામાન્ય ઝિમાન અસર કહે છે.



ઘણીવાર મુખ્ય રેખાનું સૂક્ષ્મ બંધારણ જોતાં તે મિશ્ર ઝિમાન પેટર્ન દર્શાવે છે. ઉદાહરણ તરીકે ડબ્લેટ  $D_1$  અને  $D_2$  સોડિયમ માટે component એ ચાર કે છ જેટલી પેટર્ન અનુક્રમે આપે છે. જે આકૃતિમાં નીચે દર્શાવેલ છે. જેને અસામાન્ય ઝિમાન અસર કહે છે. આવા પ્રકારનું ઝિમાન વિઘટન એ સૂક્ષ્મ બંધારણ વિઘટનથી નાનું હોય છે.





## 2.10.સામાન્ય ઝિમાન અસરની સમજૂતી ( Explanation of Normal Zeeman Effect):

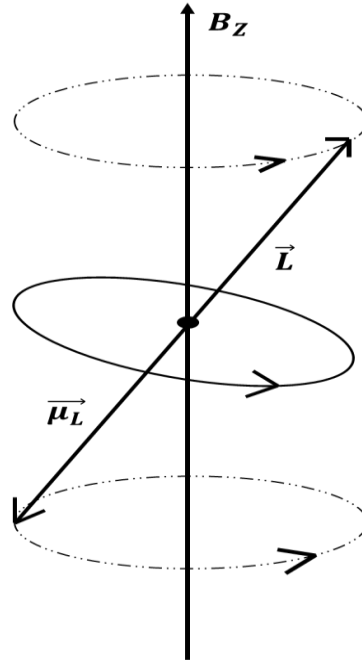
સામાન્ય ઝિમાન અસર જે એક રેખાઓના સિંગલેટ ( $S = 0$ ) વચ્ચે સંક્રમણોને કારણે તમામ રેખાઓ દ્વારા દર્શાવવામાં આવે છે. ક્લાસિકલ ઇલેક્ટ્રોન સિદ્ધાંત અને ક્વોન્ટમ સિદ્ધાંતમાંથી પણ ઇલેક્ટ્રોન સ્પિનની નોંધ લેવા વગર સમજાવી શકાય છે.

ક્વોન્ટમ સિદ્ધાંતની દ્રષ્ટિએ અણુ એક પોલીઇલેક્ટ્રોનિક અણુના પાસે એક કક્ષીય કોણીય વેગ  $\vec{L}$  અને કક્ષીય ચુંબકીય ચાકમાત્રા  $\vec{\mu}_L$  ને ગાયરોમેગ્નેટીક ગુણોત્તર સાથે લેતાં,

$$\frac{|\vec{\mu}_L|}{|\vec{L}|} = \frac{e}{2mc}$$

જ્યાં  $e$  અને  $m$  ઇલેક્ટ્રોન ના વિદ્યુતભાર ( $esu$  માં) અને દળ (ગ્રામ માં) છે અને  $c$  એ પ્રકાશનો વેગ છે. ઇલેક્ટ્રોન ઋણ વિદ્યુતભાર ધરાવતો હોવાને કારણે સદિશ  $\vec{\mu}_L$  અને સદિશ  $\vec{L}$  ની દિશાઓ વિરુદ્ધ છે.

જ્યારે અણુને  $Z$  - અક્ષને સાપેક્ષે બાહ્ય ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકતાં, સદિશ  $\vec{L}$  ક્ષેત્રની આસપાસ ની દિશામાં ફરે છે. (આકૃતિ)



$$L_z = M_L \frac{h}{2\pi}$$

જ્યાં કક્ષીય ચુંબકીય ક્વોન્ટમ નંબર  $M_L$  ના મૂલ્યો લેતાં

$$M_L = L, L - 1, \dots \dots \dots -L,$$

તેનો અર્થ એ કે કુલ  $(2L + 1)$  મૂલ્યો. આ પ્રિશીશનને “લામર પ્રિશીશન” તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં  $L$  લેવલ સ્તર  $(2L + 1)$  સ્તરોમાં વિભાજિત થાય છે, દરેકને  $M_L$  મૂલ્ય દ્વારા વર્ગીકૃત કરવામાં આવે છે.

લામરના પ્રમેય દ્વારા પ્રિશીશનની કોણીય વેગ લેતાં,

$$\omega = \frac{|\mu_L|}{|L|} B = \frac{e}{2mC} B$$

ક્રિયાપ્રતિક્રિયા ઉર્જા પ્રિશીશન સાથે સરખી થાય તો કોણીય વેગ ઉત્પન્ન થાય અને પ્રક્ષેપ  $L$  ક્ષેત્રથી દૂર થાયતો,

$$\Delta E = \omega L_z = \frac{e}{2mC} B M_L \frac{h}{2\pi} \quad \text{અથવા} \quad \Delta E = \frac{eh}{4\pi mC} B M_L$$

તરંગ સંખ્યામાં, ક્રિયાપ્રતિક્રિયા ઉર્જા,

$$-\Delta T = \frac{\Delta E}{hC} = \frac{eB}{4\pi mC^2} M_L \text{ cm}^{-1}$$

એટલે કે લીઘેલ અણુમાં ક્ષેત્ર  $B$  ને બધાજ સ્તરોમાં સરખુ લેવું પડે છે. આપણે ફરીથી લખતાં,

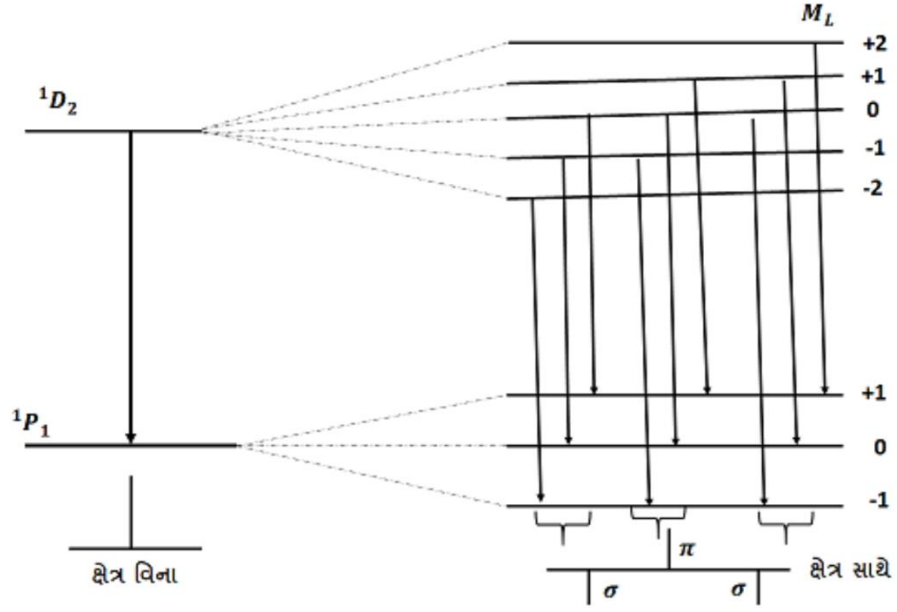
$$\frac{eB}{4\pi mC^2} = L'$$

જ્યાં  $L'$  ને “લોરેંટ્ઝ એકમ” કહે છે. માટે,

$$-\Delta T = M_L L' \text{ cm}^{-1}$$

$\Delta T$  મૂળ સ્તરથી દરેક  $M_L$  સ્તર માટે ઉર્જામાં ફેરફાર છે અને વળી ચુંબકીય ક્ષેત્ર  $B$  માટે પ્રમાણમાં છે. બે પરિબલોના ઊંચા સ્તર વચ્ચેના વિભાજન  $L' \text{ cm}^{-1}$  છે. જે  $L$  ની કિંમત છે.

યાલો આપણે સંક્રમણ  $^1D - ^1P$ . આ શરતોના  $L=2$  અને  $L=1$  અને ની સાથે સમાન હોવું જોઈએ. એક નબળા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં  $(2L + 1) = 5$  અને 3 સામાન્ય રીતે ઘટકોમાં વિભાજિત કરવામાં આવે છે.  $M_L$  ના મૂલ્યો 2, 1, 0, -1, -2 અને 1, 0, -1 છે. ( આકૃતિ)



ચુંબકીય ક્વોન્ટમ નંબર જે પસંદગીના નિયમ દ્વારા પરિચિત રૂપે ક્વોન્ટમ મીકેનિક્સ અને કથિત સિદ્ધાંત દ્વારા પણ,

$$\Delta M_L = 0, \pm 1$$

આ નવ સંક્રમણોને પરવાનગી આપે છે. પરંતુ ઊંચાનું વિભાજન બંને શબ્દોના તમામ ઘટકો માટે સમાન છે. બધા સંક્રમણો  $\Delta M_L$  તરંગ નંબરમાં સંબંધ ધરાવે છે. આ સામાન્ય ટ્રીપ્લેટ પેટર્ન સાથે ત્રણ રેખાઓ આપે છે.  $\Delta M_L = 0$  નિયમ ક્ષેત્ર ફી રેખાની સ્થિતિમાં  $\pi$  ઘટક, જ્યારે  $\Delta M_L = \pm 1$  બે સમપ્રમાણતા પૂર્વક વિસ્થાપિત  $\sigma$  ઘટક આપે છે. અલગ તરંગ નંબર વચ્ચે સળંગ ઘટકો સરખા છે અને વચ્ચે સળંગ ઊંચાનું સ્તરો આપે છે,

$$\Delta v = L' cm^{-1} = \frac{eB}{4\pi m c^2} cm^{-1}$$

$e = 4.8 \times 10^{-10} esu, m = 9.1 \times 10^{-28} gm$  and  $c = 3 \times 10^{10} \frac{cm}{sec}$ , મૂકતાં, આપણે મેળવીએ,

$$\Delta v = 4.67 \times 10^{-5} B cm^{-1}$$

જ્યાં  $B$  એ ગોસમાં છે.

ક્વોન્ટમ મીકેનિક્સ માત્ર પસંદગીના નિયમોમાં નહીં અને ધ્રુવીકરણ નિયમોમાં પણ નથી ક્ષેત્ર માટે નિરીક્ષણ માટે સામાન્ય રીતે વર્ણપટ રેખામાં સંક્રમણ થઈ  $\Delta M_L = 0$  પરિણામનું ઇલેક્ટ્રિક સદિશના સમાંતર ક્ષેત્રે ( $\pi$  ઘટક) સાથે ધ્રુવીકરણ કરવામાં આવે છે. જ્યારે  $\Delta M_L = \pm 1$  પરિણામને વર્ણપટ રેખાઓમાં ઇલેક્ટ્રિક સદિશના લંબ સાથે રેખાઓમાં છે. ( $\sigma$  ઘટકો)

ઘટકોના તીવ્રતા ગુણોત્તર સુસંગતા સિધ્ધાંતથી જે પરિણામો મળે છે. જે બંને ( $\pi$  અને  $\sigma$ ) ઘટકો સાથે મળીને ઘટક તરીકે સમાન તીવ્રતા ધરાવે છે. આમ, સામાન્ય ઊંચાન અસર સંપૂર્ણપણે સમજાવી છે.

## 2.11. અસામાન્ય ઊંચાન અસરની સમજૂતી (Explanation of Anomalous Zeeman Effect):

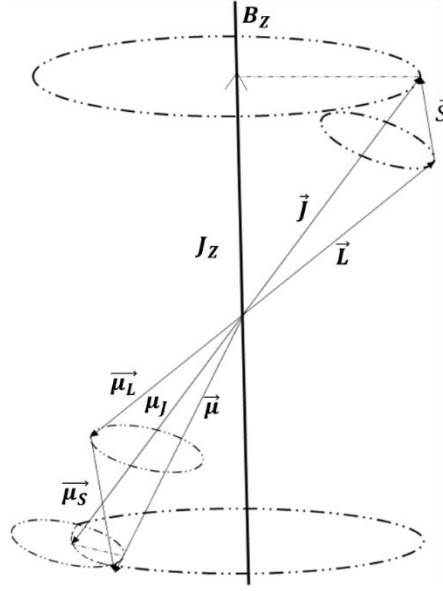
બહુ સ્તરો વચ્ચેના સંક્રમણોમાંથી ઉદ્ભવતી વર્ણપટ રેખાઓ જટિલ ઊંચાન અસરને પેદા કરે છે. આ અસામાન્ય ઊંચાન અસરની સમજૂતી ઇલેક્ટ્રોનના “સ્પિન” માં જોવા મળે છે.

અણુના સદિશ મોડેલમાં કક્ષીય કોણીય વેગ સદિશ  $\vec{L}$  અને સ્પિન કોણીય વેગ સદિશ  $\vec{S}$  વધુ કુલ કોણીય વેગ સદિશ  $\vec{J}$  ની આસપાસ ઝડપથી ફરે છે. જ્યારે અણુને  $Z$  – અક્ષ સાથે  $B$  – નબળા ચુંબકીય ક્ષેત્ર મૂકવામાં આવે છે તે કારણોસર કુલ કોણીય વેગ સદિશ  $\vec{J}$  ક્ષેત્રની આસપાસ ધીમે ફરે છે. ( લાર્મર પ્રિશીશન) ગતિ એ છે કે જે પ્રક્ષેપની દિશા  $\vec{J}$  ક્ષેત્રની દિશામાં  $J_z$  દ્વારા આપવામાં આવેલા મૂલ્યો  $M_J \frac{h}{2\pi}$  લે છે.

$$\text{જ્યાં } M_J = J, J - 1, J - 2, \dots \dots \dots -J$$

તે બધા  $(2J + 1)$  મૂલ્યોમાં છે. અવકાશમાં અણુના અલગ અભિગમથી અને ઉર્જામાં નાના ફેરફાર થવાના કારણે  $(2J + 1)$  ઊંચાન સ્તરોમાં  $B$  ની આજુબાજુ  $J$  – સ્તર દરેક તોડથી ( ફાઇન બંધારણ)  $\vec{J}$  પ્રિશીશન કરે છે. ઊંચાન સ્તરો વચ્ચેની વિભાજન ચુંબકીય ક્ષેત્રની તાકાત અને અણુના કુલ ચુંબકીય ક્ષણ દ્વારા નક્કી કરે છે જે હવે અમે ગણતરી કરીએ છીએ.

હવે એક વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રોન અણુનો સૌથી સરળ કિસ્સો ધ્યાનમાં લેતાં અણુમાં કોણીય વેગ અને ચુંબકીય વેગ એ જવાબદાર છે. ક્લાસીકલમાં કક્ષીય ચુંબકીય ક્ષણ  $|\vec{\mu}_L|$  અને કક્ષીય કોણીય ક્ષણ  $|\vec{L}|$  નો ગુણોત્તર  $\frac{e}{2mc}$  છે. અસામાન્ય ઊંચાન અસરની જરૂર છે અને ક્વોન્ટમ મિકેનિકની ખાતરી કરે છે કે સ્પિન ચુંબકીય ક્ષણ  $|\vec{\mu}_S|$  અને સ્પિન કોણીય ક્ષણ  $|\vec{S}|$  નો ગુણોત્તર  $\frac{2e}{2mc}$  બમણો અને મોટો છે. બે ગુણોત્તરોની આ અસમાનતાને કારણે, કુલ ચુંબકીય ક્ષણ  $\vec{\mu} (= \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S)$  એ  $\vec{J}$  ને બરાબર પ્રતિસમાંતર નથી. (આકૃતિ)



$\vec{L}, \vec{S}, \vec{\mu}_L, \vec{\mu}_S$  અને  $\vec{\mu}$  એ  $\vec{J}$  થી અવિભાજ્ય છે. અને  $\vec{J}$  ની આજુબાજુ  $\vec{\mu}$  પ્રિશીસન કરે છે. આ પ્રિશીસનમાં એ ને લંબ સાથે દિશામાં સતત બદલાય છે અને તે શૂન્ય સુધી સરેરાશ કરે છે. આમાં માત્ર  $\vec{J}$  ઘટક સમાંતર રહે છે જે અણુ પર  $\mu_J$  અચળ ચુંબકીય રહે છે. જે અણુના ચુંબકીય ક્ષણમાં ફાળો આપે છે.આમ,

$$\mu_J = \vec{\mu}_L \text{ નો } \vec{J} \text{ પરનો ઘટક} + \vec{\mu}_S \text{ નો } \vec{J} \text{ પરનો ઘટક}$$

$$= |\vec{\mu}_L| \cos(\vec{L}, \vec{J}) + |\vec{\mu}_S| \cos(\vec{S}, \vec{J})$$

$$= \frac{e}{2mc} |\vec{L}| \cos(\vec{L}, \vec{J}) + \frac{2e}{2mc} |\vec{S}| \cos(\vec{S}, \vec{J})$$

$$\text{પરંતુ } |\vec{L}| = \sqrt{L(L+1)} \frac{h}{2\pi} \text{ and } |\vec{S}| = \sqrt{S(S+1)} \frac{h}{2\pi}$$

$$\therefore \mu_J = \frac{e}{2mc} \left[ \sqrt{L(L+1)} \cos(\vec{L}, \vec{J}) + 2\sqrt{S(S+1)} \cos(\vec{S}, \vec{J}) \right] \frac{h}{2\pi}$$

$\vec{L}, \vec{S}$  અને  $\vec{J}$  દ્વારા રચાયેલી ત્રિકોણનો ઉપયોગ કરીને, અમે કોસાઇન નિયમ લેતાં,

$$\cos(\vec{L}, \vec{J}) = \frac{J(J+1)+L(L+1)-S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{L(L+1)}} \quad \text{and} \quad \cos(\vec{S}, \vec{J}) = \frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{S(S+1)}}$$

$$\therefore \mu_J = \frac{e}{2mc} \left[ \sqrt{L(L+1)} \frac{J(J+1)+L(L+1)-S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{L(L+1)}} + 2\sqrt{S(S+1)} \frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{S(S+1)}} \right] \frac{h}{2\pi}$$

$$= \frac{e}{2mc} \left[ \frac{J(J+1)+L(L+1)-S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1)}} + \frac{2J(J+1)+2S(S+1)-2L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)}} \right] \frac{h}{2\pi}$$

$$= \frac{e}{2mc} \left[ J(J+1)+L(L+1)-S(S+1) + 2J(J+1)+2S(S+1)-2L(L+1) \right] \frac{1}{2\sqrt{J(J+1)}} \frac{h}{2\pi}$$

$$= \frac{e}{2mc} \left[ 2J(J+1)+J(J+1)+S(S+1)-L(L+1) \right] \frac{1}{2\sqrt{J(J+1)}} \frac{h}{2\pi}$$

$$= \frac{e}{2mc} \left[ 1 + \frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)} \right] \sqrt{J(J+1)} \frac{h}{2\pi}$$

( $\because 2J(J+1)$  વડે ભાગતાં અને અંશમાં  $\sqrt{J(J+1)}$  સમી. સમતોલન માટે છે.)

આ સાદુરૂપના કૌસમાં આવેલ ભાગને લેન્ડેનો  $g$  ફેક્ટર છે જે,

$$g = 1 + \frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}$$

આ  $g$  ફેક્ટરનું મહત્વ એ છે કે જે ઊંચા સ્તરોની સરખામણી અલગ અલગ શરતોમાટે છે.  $L-S$  કપલીંગ હેઠળ મલ્ટીઇલેક્ટ્રોન અણુ માટે  $g$  ફેક્ટર માટે સમાન છે.

હવે અણુના કુલ ચુંબકીય ક્ષણ માટેનું અભિવ્યક્તિ લેતાં,

$$\mu_J = g \frac{e}{2mc} \sqrt{J(J+1)} \frac{h}{2\pi} = g \frac{e}{2mc} |\vec{J}|$$

ચાલો હવે ચુંબકીય ક્રિયાપ્રતિક્રિયા ઉર્જાની ગણતરી કરીએ. છેલ્લા અભિવ્યક્તિ આપણી પાસે છે.

$$\frac{\mu_J}{|\vec{J}|} = g \frac{e}{2mc}$$

માટે એ કુલ ચુંબકીય ક્ષણના ગુણોતર નિર્ધારિત કરે છે જ્યાં કુલ કોણાય વેગ અંશતઃ ભ્રમણ કક્ષા અને અંશતઃ સ્પિન હોય છે. ( $S=0$  માટે અને તો  $J=L, g=1, L=0$  માટે અને તો  $J=S, g=2$ )

લામોર પ્રમેય દ્વારા કોણીય વેગ  $\vec{J}$  જે  $B$  ક્ષેત્રની આસપાસ છે.

$$\omega = \frac{\mu_J}{|\vec{J}|} B = g \frac{e}{2mc} B$$

પ્રિશીશન ઉર્જા જે કોણીય વેગના ઉત્પાદનને સમાન છે. અને  $\vec{J}$  સાથે  $B$  નો પ્રક્ષેપ છે. જ્યાં  $J_z =$

$$M_J \frac{h}{2\pi}$$

$$\text{આમ,} \quad \Delta E = \omega J_z$$

$$= g \frac{e}{2mc} B M_J \frac{h}{2\pi}$$

$$= g M_J \frac{eh}{4\pi mc} B.$$

તરંગસંખ્યામાં ક્રિયાપ્રતિક્રિયા ઉર્જા છે.

$$-\Delta T = \frac{\Delta E}{hc} = g M_J \frac{eB}{4\pi m c^2} \text{ cm}^{-1}$$

$$\frac{eB}{4\pi m c^2} \text{ એ લોરેન્ટઝ યુનિટ } L' \text{ છે. આમ,}$$

$$-\Delta T = g M_J L' \text{ cm}^{-1}$$

આ એક જ વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રોન પદ્ધતિની નબળી ક્ષેત્રની ચુંબકીય ક્રિયાપ્રતિક્રિયા ઉર્જા અથવા ઊંચા શિફ્ટ માટેનું અભિવ્યક્તિ છે. જે બતાવે છે કે દરેક  $j$  સ્તરને એમના  $M_j$  સંભવિત મૂલ્યોને અનુરૂપ ઊંચા સ્તરમાં વહેંચવામાં આવે છે.  $(2J + 1)$  ઊંચા વિભાજન એ જે તે સ્તરના  $j$  નાં મૂલ્યોના આધારે જુદા જુદા  $j$  સ્તર માટે અલગ હશે. આનો અર્થ એ પણ થાય કે એક શબ્દના ઊંચા સ્તરના સંબંધિત વિભાગોમાં અને અન્ય જે એકલા  $g$  ફેક્ટર દ્વારા નક્કી કરવામાં આવે છે.

ચાલો આપણે સોડીયમની  $D_1$  અને  $D_2$  અનુનાદીત રેખાઓના ઊંચા વિભાજનને ધ્યાનમાં લઈએ. આ રેખાઓના સંક્રમણોમાંથી રેખાઓ ઉત્પન્ન થાય છે.

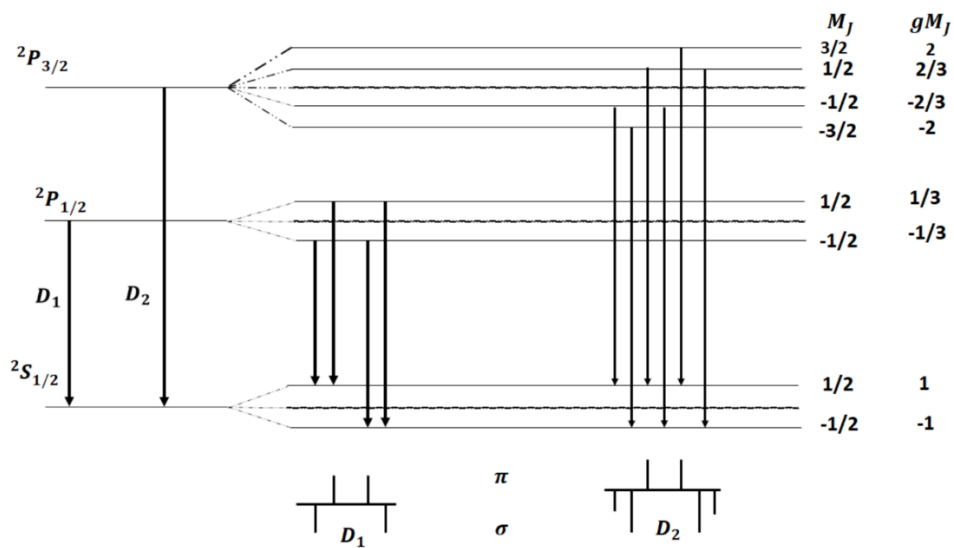
$${}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S_{1/2} \quad \text{and} \quad {}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$$

આ સંક્રમણોમાં સામેલ વિવિધ શરતો માટે ઊંચા સ્તર,  $g$  ફેક્ટર અને ઊંચા શિફ્ટ નીચે મુજબ છે.

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

શરતો	ઊંચા સ્તરની સંખ્યા $(2J + 1)$	$g$	$M_j$ $(+J, \dots -J)$	લોરેન્ડઝ યુનિટમાં બદલતાં $g M_j$
${}^2S_{1/2}$ $(L = 0, S = \frac{1}{2}, J = \frac{1}{2})$	2	2	$\pm \frac{1}{2}$	$\pm 1$
${}^2P_{1/2}$ $(L = 1, S = \frac{1}{2}, J = \frac{1}{2})$	2	$\frac{2}{3}$	$\pm \frac{1}{2}$	$\pm \frac{1}{3}$
${}^2P_{3/2}$ $(L = 1, S = \frac{1}{2}, J = \frac{3}{2})$	4	$\frac{4}{3}$	$\pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2}$	$\pm 2, \pm \frac{2}{3}$

આ શરતોનું વિભાજન નીચે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે.



પસંદગીના નિયમો લાગુ પાડતાં,

$$\Delta M_J = 0, \pm 1 \quad (\text{but } M_J = 0 \leftrightarrow M_J = 0 \text{ if } \Delta J = 0)$$

આપણે  $D_1$  રેખા માટે ચાર ઊંચાઈ ઘટકો અને  $D_2$  રેખા માટે છ ઘટકો મેળવીએ છીએ.  $\Delta M_J = 0$  ચુંબકીય ક્ષેત્ર ( $\pi$  - ઘટકો)ની સમાંતર ઇલેક્ટ્રિક સદિશ સાથે ધ્રુવીકરણ થયેલ છે. જ્યારે  $\Delta M_J = \pm 1$  ને અનુરૂપ તે ઇલેક્ટ્રિક સદિશ ( $\sigma$ - ઘટકો) સાથે ધ્રુવીકૃત છે.

ઊંચાઈ ઘટકોની તીવ્રતા નીચે આપેલા નિયમ દ્વારા સંચાલિત છે.

“કોઈપણ પ્રારંભિક ઊંચાઈ સ્તરથી શરૂ થતા તમામ સંક્રમણોનો સરવાળો એ જ  $n$  અને  $l$  કિંમતો ધરાવતા અન્ય કોઈપણ સ્તરથી શરૂ થતાં તમામ સંક્રમણોના સરખા જેટલો છે. કોઈપણ ઊંચાઈ સ્તર પર પહોંચતા તમામ સંક્રમણોનો સરવાળો એ જ  $n$  અને  $l$  કિંમતો ધરાવતા અન્ય કોઈપણ સ્તરે પહોંચતા તમામ સંક્રમણોના સરવાળો જેટલો છે. “

સંબંધિત તીવ્રતા આકૃતિના તળિયે દોરેલી રેખાઓની ઊંચાઈ દ્વારા દર્શાવવામાં આવે છે.

## 2.12. પાશ્ચન બેક અસર (Paschen Back Effect):

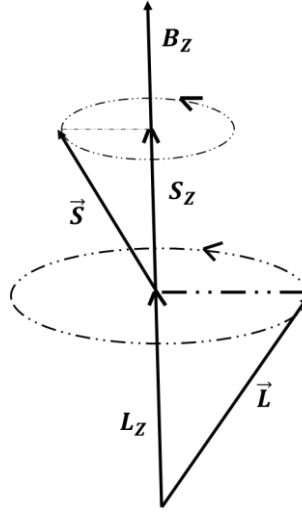
ઊંચાઈ અસરમાં બાહ્ય ચુંબકીય ક્ષેત્ર આંતરિક ક્ષેત્રોની તુલનામાં વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રોનની સ્પિન અને કક્ષીય ગતિઓને લીધે નબળું છે. બાહ્ય ક્ષેત્રમાં વધારો થાય છે. ઊંચાઈ ઘટકો વચ્ચેના વિભાગોમાં વધારો થાય છે ત્યાં સુધી કે તેઓ જુદા જુદા મલ્ટીપ્લેટના ગુણાકારના સૂક્ષ્મ બંધારણ ઘટકો કરતા વધારે નહીં બને. અસામાન્ય ઊંચાઈ પેટર્ન પછી સામાન્ય ઊંચાઈ પેટર્નની જેમ બદલાઈ જાય છે. આ ઘટનાને “ પાશ્ચન બેક અસર” તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. તે નીચેની રીતે સમજાવી શકાય છે.

જ્યારે બાહ્ય ચુંબકીય  $B$  આંતરિક ક્ષેત્રો સાથે સરખાવે છે ત્યારે ચુંબકીય ક્ષેત્રો વચ્ચે  $J$  અને  $B$  વધીને  $L$  અને  $S$  ઓળંગે છે. જે વિશેની  $J$  અને  $B$  ની અપેક્ષા કરતાં  $J$  એ  $L$  અને  $S$  જેટલી ઝડપી છે. આ શરતોને આધીન એલ અને એસ નું જોડાણ આંશિક રીતે તૂટી ગયો છે.  $J$  હવે તીવ્રતામાં લાંબા સમય સુધી નહીં રહે. જેમ જેમ ક્ષેત્ર  $B$  આગળ વધે છે  $L$  અને  $S$  એ  $B$  ક્ષેત્ર સાથે સ્વતંત્ર રીતે પ્રિશીશન કરે છે. સાથે  $L_Z$  અને  $S_Z$  ઘટકો ક્ષેત્રની દિશામાં ( $Z$  -અક્ષ) છે જે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. આ તીવ્રતાના ઘટકો  $M_L \frac{h}{2\pi}$  અને  $M_S \frac{h}{2\pi}$  છે. જ્યાં ચુંબકીય ક્વોન્ટમ નંબર  $M_L$  અને  $M_S$  ની કિંમતો નીચે પ્રમાણે લેતાં,

$$M_L = L, L - 1, L - 2, \dots - L$$

$$M_S = S, S - 1, S - 2, \dots - S$$





લાર્મરના પ્રમેય દ્વારા કોણીય વેગો, B ક્ષેત્રના પ્રિશીશન થી  $\vec{L}$  અને  $\vec{S}$  તેના વિશેની B ના ગુણાકાર દ્વારા અને ચુંબકીય ક્ષણો અને કોણીય ક્ષણ વચ્ચેના અનુરૂપ ગુણોત્તર દ્વારા આપવામાં આવે છે. તે જ,

$$\omega_L = \frac{e}{2mc} B \quad \text{and} \quad \omega_S = 2 \frac{e}{2mc} B$$

દરેક પ્રિશીશનની ઉર્જા કોણીય વેગના ગુણાકારને ક્ષેત્રની દિશા સાથે અનુરૂપ કોણીય વેગ સદિશના પ્રક્ષેપની સમાન હોય છે.

$$\Delta E_L = \omega_L L_Z = \frac{e}{2mc} B M_L \frac{h}{2\pi}$$

$$\text{and} \quad \Delta E_S = \omega_S S_Z = 2 \frac{e}{2mc} B M_S \frac{h}{2\pi}$$

આ બે ક્રિયાપ્રતિક્રિયા ઉર્જાના સરવાળો એ બિનપરંપરાગત ઉર્જા સ્તરમાંથી મુખ્ય ઉર્જા  $\Delta E$  છે અને ,

$$\Delta E = \Delta E_L + \Delta E_S$$

$$= (M_L + 2 M_S) \frac{e h}{4\pi m c} B$$

તરંગ સંખ્યામાં બદલતાં,

$$-\Delta T = \frac{\Delta E}{hc} = (M_L + 2 M_S) \frac{e B}{4\pi m c^2} \text{ cm}^{-1}$$

અથવા  $\frac{e B}{4\pi m c^2}$  ને લોરેટઝ એકમમાં,

$$-\Delta T = (M_L + 2 M_S) L' \text{ cm}^{-1}$$

મજબૂત ક્ષેત્રની ચુંબકીય ક્રિયાપ્રતિક્રિયા ઉર્જા માટે આ અભિવ્યક્તિ છે, સ્પિન-ભ્રમણકક્ષાની ક્રિયાપ્રતિક્રિયાને અવગણીને. તે બતાવે છે કે દરેક ક્ષેત્ર-મુક્ત સ્તર  $(2L + 1)(2S + 1)$  ચુંબકીય સ્તરોમાં વહેંચાયેલું છે

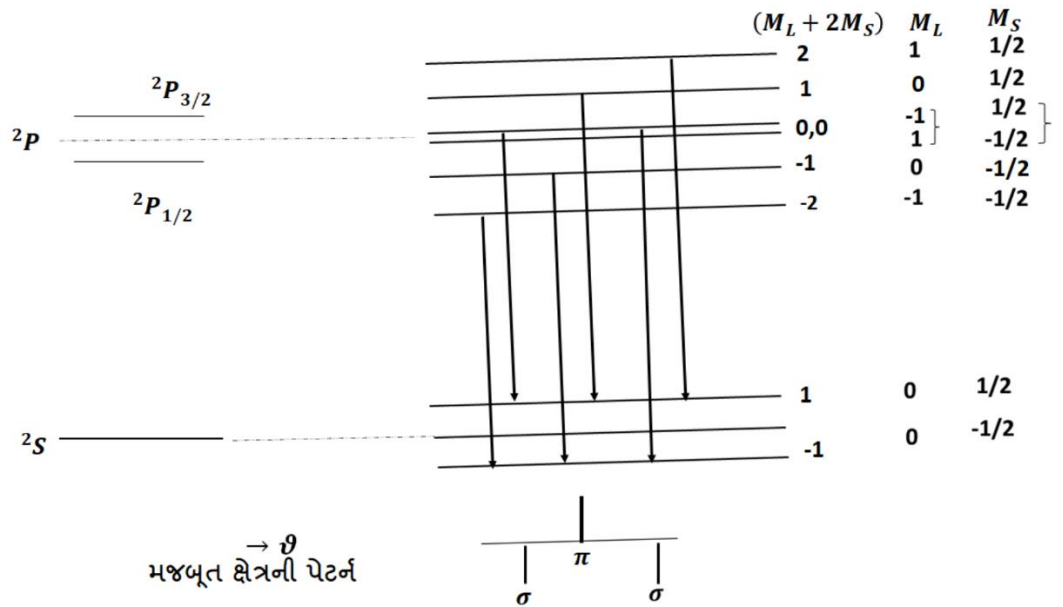
ચોક્કસ ઉદાહરણ તરીકે ચાલો મજબૂત ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં સંક્રમણને ધ્યાનમાં લઈએ.

$${}^2P \rightarrow {}^2S$$

આ સંક્રમણ  $D_1$  અને  $D_2$  માટે, સોડિયમની રેખાઓ  $({}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S_{1/2})$  માટે જવાબદાર છે. મજબૂત ક્ષેત્રે સ્તરો અને મલ્ટીપ્લેટ શરતો માટે ચુંબકીય શીફ્ટ  ${}^2P$  અને  ${}^2S$  નીચે મુજબ છે.

શરત	મજબૂત ક્ષેત્રના સ્તરોની સંખ્યા $(2L + 1)(2S + 1)$	$M_L$	$M_S$	લોરેંટઝ એકમમાં બદલાતાં $(M_L + 2M_S)$
${}^2P$ $(L = 1, S = \frac{1}{2})$	6	1	$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	2, 0
		0	$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	1, -1
		-1	$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	0, -2
${}^2S$ $(L = 0, S = \frac{1}{2})$	2	0	$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	1, -1

${}^2P$  અને  ${}^2S$  માટે મજબૂત ક્ષેત્રમાં વિભાજન નાચે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે



મજબૂત ક્ષેત્રમાં સંક્રમણ માટે પસંદગીના નિયમો,

$$\Delta M_L = 0 \quad (\text{સમાંતર ક્ષેત્રમાં ઘટકોનું ધ્રુવીકરણ})$$

$$\Delta M_L = \pm 1 \quad (\text{લંબ ક્ષેત્રમાં ઘટકોનું ધ્રુવીકરણ})$$

$$\Delta M_S = 0$$

જ્યારે આ પસંદગીના નિયમો લાગુ પડે છે ત્યારે તેઓ સામાન્ય ઊંચાઈના ટ્રીપ્લેટ તરીકે પેટર્ન તરફ દોરી જાય છે.

### 2.13 હાઇડ્રોજનની સ્ટાર્ક અસર અવલોકન (Observed Stark Effect of Hydrogen):

1913 માં જે. સ્ટાર્કએ શોધ્યું કે હાઇડ્રોજન પરમાણુને  $10^5$  વોલ્ટ/સેમી. ના વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મૂકતાં બામર રેખાઓનું વિઘટન થાય છે અને ઘણા ધ્રુવીકૃત ઘટકોમાં વિભાજિત થાય છે. જ્યારે ક્ષેત્રના ક્રાંતિમૂલ્યો જોવામાં આવે છે ત્યારે દરેક રેખાના કેટલાક ભાગો ક્ષેત્રના સમાંતર ઇલેક્ટ્રિક સદિશો ( $\pi$  - ઘટકો) સાથે સમતલ ધ્રુવીકરણ કરે છે અને અન્ય ક્ષેત્રના ઇલેક્ટ્રિક સદિશ લંબ સાથે ધ્રુવીકરણ કરે છે ( $\sigma$  - ઘટકો). જ્યારે ક્ષેત્રની સમાંતર જોવામાં આવે છે ત્યારે ફક્ત  $\sigma$  - ઘટકો દેખાય છે જે કોઈ અણધારી હોય છે. ઇલેક્ટ્રિક ક્ષેત્રમાં વર્ણપટ રેખાઓના આ વિભાજનને સ્ટાર્ક અસર તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. તે પરમાણુમાંથી પરમાણુ નિર્માણના સિદ્ધાંતો, વર્ણપટ રેખાઓના વિસ્તરણ અને ડાઇલેક્ટ્રિક સ્થિરતામાં મહત્વપૂર્ણ ભાગ ભજવે છે.

અવલોકન કરેલ સ્ટાર્ક અસરની મુખ્ય લાક્ષણિકતાઓ નીચે મુજબ છે.

(1) બધી હાઇડ્રોજન રેખાઓ સમપ્રમાણતા દાખલાઓ બનાવે છે. પરંતુ આ પદ્ધતિ તેમાં શામેલ શરતોના ક્વોન્ટમ અંક  $n$  પર સ્પષ્ટપણે આધાર રાખે છે. સ્ટાર્ક રેખાઓની સંખ્યા  $n$  અને પેટર્નની કુલ પહોળાઈ એની સાથે  $n$  વધે છે.  $H_\alpha$  કરતા સ્ટાર્ક ઘટકો,  $H_\beta$  રેખાઓ હજી પણ વધુ મોટી સંખ્યા દર્શાવે છે. રેખા  $H_\gamma$  મોટી સંખ્યા બતાવે છે.

(2) તરંગ નંબરવાળી એ એકમના અભિન્ન ગુણાકાર છે જે ઇલેક્ટ્રિક ક્ષેત્રની તાકાત માટે પ્રમાણસર છે અને તમામ હાઇડ્રોજન રેખાઓ માટે સમાન છે.

(3) રેખાંશ પરથી નિરીક્ષણ કરતાં ધ્રુવીકરણની ગેરહાજરી સિવાય સ્ટાર્ક રેખાઓના ધ્રુવીકરણ ગુણધર્મો ઊંચાઈના રેખાની જેમ દેખાય છે. પરંતુ બાદમાં ઉલટું  $\pi$  - ઘટકો,  $\sigma$  - ઘટકો કરતાં વધુ સ્થાનાંતર કરે છે.

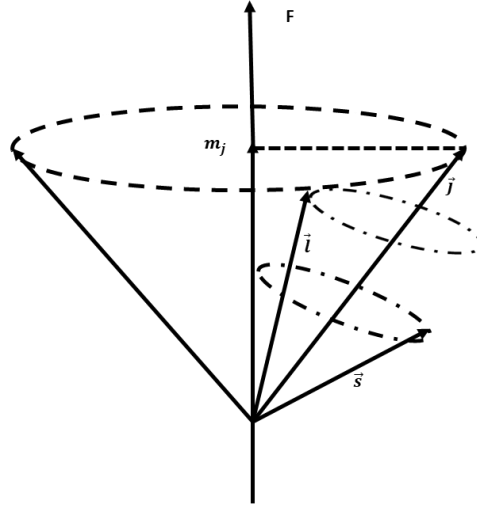
(4) હાઇડ્રોજન રેખાઓ જેમાં નીચલા સ્તરની ઉર્જા સામેલ હોય છે. તે ( $n$  નાના છે) જેમ કે  $H_\alpha, H_\beta$  તેમની ક્ષેત્ર મુક્ત સ્થિતિ વિશેના ક્ષેત્રની તાકાતમાં માત્ર એક સમપ્રમાણતાવાળા વિભાજનનો જ ભાગ બતાવે છે. આને પ્રથમ ક્રમ અથવા સુરેખ સ્ટાર્ક અસર કહે છે. જ્યારે રેખાઓ ઉચ્ચસ્તરમાં દાખલ થાય છે ત્યારે સ્ટાર્ક ઘટકો  $H_\gamma, H_\delta$  કે જે ક્ષેત્રના વર્ગના સમપ્રમાણ અને દિશાહીન સ્થાનાંતર પામે છે. તેને બીજા ક્રમની સ્ટાર્ક અસર કહે છે.

અહીં એ વાતનો ભાર મૂકવો જોઈએ કે પ્રથમ ક્રમની અસર હાઇડ્રોજન અણુ જેવા સુધી મર્યાદિત છે અને આ ફક્ત ઉચ્ચ ક્ષેત્રમાં જ ઉત્પન્ન થાય છે. જેથી સરળ માળખું બનતું નથી. અન્ય અણુઓ યતુર્ભુજ અસર પરનો બીજો ક્રમ દર્શાવે છે જે સામાન્ય રીતે ખૂબ જ નાનો હોય છે.

## 2.14 હાઇડ્રોજનમાં નબળા ક્ષેત્રની સ્ટાર્ક અસર( Weak-field Stark Effect in Hydrogen):

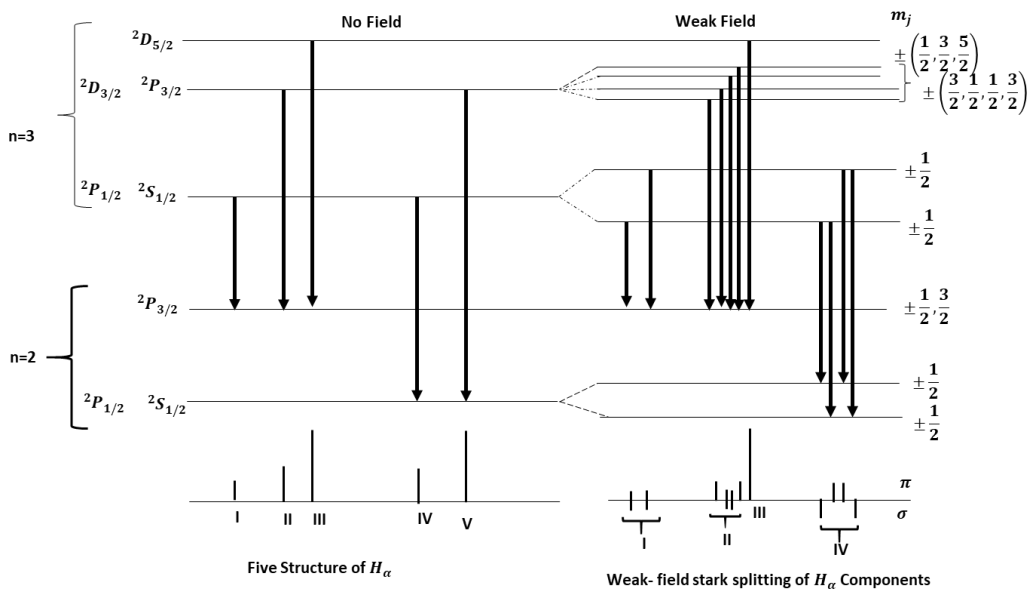
હાઇડ્રોજન માટે નબળું વિદ્યુતક્ષેત્ર એ એક ઇલેક્ટ્રોન કુલ કોણીય વેગમાન  $\vec{j}$  અને ક્ષેત્ર  $F$  વચ્ચે ઉર્જાની આંતરક્રિયા છે. કક્ષીય વેગમાન  $\vec{l}$  અને સ્પીન  $\vec{s}$  વચ્ચે ચુંબકીય ઉર્જાની આંતરક્રિયા થાય છે. જ્યાં ક્ષેત્ર  $F$  ઓછું હોય છે, માટે સૂક્ષ્મ બંધારણના વિભાજન કરતાં સ્ટાર્કનું વિભાજન નાનું છે. ક્ષેત્ર  $F$  અને  $\vec{l}$  નું જોડકું  $\vec{j}$  ની સાથે ક્ષેત્ર  $F$  ની આસપાસ પક્ષેપણથી ફરે છે.

$$m_j \frac{h}{2\pi}, \text{ જ્યાં } m_j = +j, j-1, \dots, \dots, -j \text{ ( જે નીચે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે.)}$$



અહીં ઝીમાન સ્તર , સ્ટાર્ક સ્તરના વિરોધાભાસથી  $+m_j$  અને  $-m_j$  જેટલી ઉર્જા ઉત્પન્ન થઇ અસ્પષ્ટ સ્તર મેળવે છે.

હાઇડ્રોજન પરમાણુના ઉર્જા સ્તરના બે સ્તર  $n = 2$  અને  $n = 3$  .જે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે.



ડાબી બાજુ  $H_{\alpha}$  ની સ્તર પર મુક્ત ક્ષેત્રની થીયરીની પેટન અને જમણી બાજુ નબળા ક્ષેત્રથી સ્તરો અને સ્ટાર્ક પેટન છે. સ્ટાર્કના વિભાજનમાં જોડકા ન બનેલા દરેક  $n (2^2P_{3/2} \& 3^2D_{5/2})$  માટેના સ્તરો નથી દેખાતા કારણ કે આ વખતે પરમાણુ ઇલેક્ટ્રિક અસરમાં નથી હોતા.

નબળા ક્ષેત્રમાં સ્ટાર્ક અસરના પસંદગીના નિયમો એ ઝીમાન અસર જેવા જ છે.

$$\Delta m_j = 0, \quad \pi - \text{ધટક}$$

$$\Delta m_j = \pm 1, \quad \sigma - \text{ધટક}$$

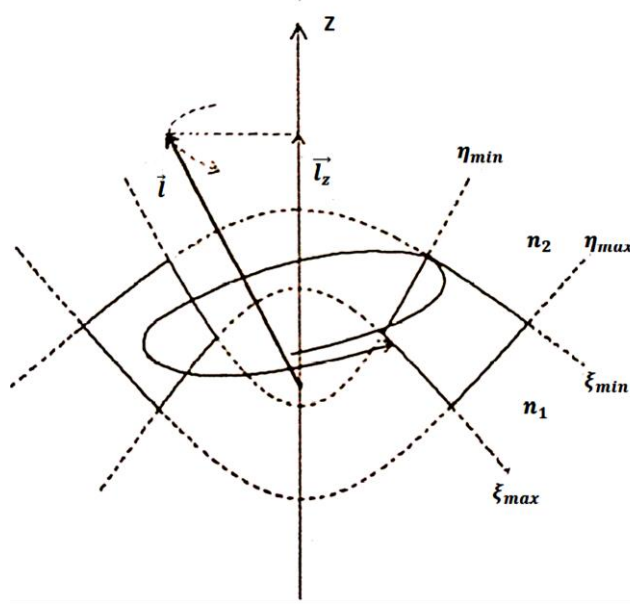
આ નિયમો ને લીધે  $H_{\alpha}$  ના સૂક્ષ્મ બંધારણના ઘટકો  $I, II, III, IV, V$  જે આવર્તમાં સ્ટાર્ક પેટનથી જમણી બાજુ નીચે દર્શાવેલ છે. ( ઘટક  $V$ ની સ્ટાર્ક પેટન બતાવવી ખૂબ જટીલ છે) છેવટે  $H_{\alpha}$  નું સૂક્ષ્મ બંધારણ પૂર્ણ રીતે ઉકેલી શકાતું નથી, નબળા ક્ષેત્રમાં સ્ટાર્ક પેટન સુરક્ષીત નથી.

### 2.15 હાઇડ્રોજનમાં મજબૂત ક્ષેત્રની સ્ટાર્ક અસર( Strong-field Stark Effect in Hydrogen):

હાઇડ્રોજન માટે એક મજબૂત ઇલેક્ટ્રિક ક્ષેત્ર એ છે કે જેના માટે ઇલેક્ટ્રોન અને ક્ષેત્ર  $F$  વચ્ચેની ક્રિયાપ્રતિક્રિયા ઉર્જા ઇલેક્ટ્રોન ભ્રમણકક્ષા અને સ્પિન વચ્ચેની ક્રિયાપ્રતિક્રિયા કરતાં વધારે છે, એટલે કે જેનો ક્ષેત્રને લીધે ઉર્જાના સ્તરો સૂક્ષ્મબંધારણ વિભાજીત કરતાં વધારે છે. તે આ મજબૂત ક્ષેત્ર છે. જેના માટે હાઇડ્રોજનમાં પ્રથમ ક્રમનો સ્ટાર્ક અસર ખરેખર જોવા મળ્યો છે. આવા ક્ષેત્રમાં ચુંબકીય જોડાણ વચ્ચે  $\vec{l}$  અને  $\vec{s}$  તૂટી જાય છે અને સાથે  $\vec{l}$  નું ક્વોન્ટમીકરણ થાય છે અને આ પ્રક્રિયા ક્ષેત્ર  $F$  ની આસપાસ સ્વતંત્ર રીતે થાય છે. સ્પિન એ ક્ષેત્ર  $F$  ને અસર કરતું નથી.

1916 માં શ્વાર્ઝચિલ્ડ અને એપ્સાઇન (ઇલેક્ટ્રોન સ્પિનના ખૂબ પહેલા) પણ ઇલેક્ટ્રિક ક્ષેત્રમાં હાઇડ્રોજન જેવા પરમાણુની માત્રા દ્વારા અવલોકન કરલ પ્રથમ ક્રમમાં આવેલા હાઇડ્રોજન અને આયનીકૃત હિલીયમના સફળતાપૂર્વક સમજાવ્યું. જૂના ક્વોન્ટમ થિયરી માટે વિજય હતું કારણકે આ સિદ્ધાંત દ્વારા આપવામાં આવેલા પરિણામો ક્વોન્ટમ યાંત્રિક પ્રક્રિયા દ્વારા ખૂબ ઓછા બદલાયા હતા.

કેપ્લરએ લંબગોળામાં ફરતા ઇલેક્ટ્રોન પર  $Z$  અક્ષની સમાંતર સજાતીય ઇલેક્ટ્રિક ક્ષેત્ર  $F$  ની અસર ચુંબકીય ક્ષેત્ર કરતાં અલગ છે. કેપ્લર ગતિ માટે, તેની ભ્રમણકક્ષાની ઉપરના સરેરાશ ઇલેક્ટ્રોનની ગુરુત્વાકર્ષણનું કેન્દ્ર સાથે સુસંગત હોતું નથી અને તેથી તે ઇલેક્ટ્રિક દ્વિધ્રુવો બનાવે છે. ભ્રમણ કક્ષાના દ્વિધ્રુવ પર ટોક વિદ્યુતક્ષેત્ર દ્વારા પ્રસરેલા  $Z$ -અક્ષની ભ્રમણકક્ષાની અવરોધનું કારણ બને છે.(આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે.)



જો કે કક્ષીય કોણીય વેગમાન  $\vec{l}$  એક સ્થિર નથી. કારણ કે તે ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં છે અને કક્ષીય ક્વોન્ટમ નંબર  $l$  જે હવે એક સારો ક્વોન્ટમ નંબર નથી. વિદ્યુતકીયઅક્ષ  $l_z$  પર  $\vec{l}$  નો પ્રક્ષેપ લેતાં  $m_l \frac{h}{2\pi}$  જ્યાં  $m_l$  એ વિદ્યુત ક્વોન્ટમ નંબર,  $l_z$  જે હજુ પણ અચળ ગતિ છે અને  $m_l$  તેના અર્થને જાળવી રાખે છે. પરવલયના સહગુણકોમાં ગણતરી કરતાં ઉર્જાના મૂલ્યો આ પ્રમાણે હતા,

$$E = E_0 - \frac{3a_0 e}{2Z} F n(n_2 - n_1)$$

જ્યાં  $E_0$  એ અણુની ક્ષેત્રમુક્ત ઉર્જા છે.  $a_0$  બોહર ત્રિજ્યા છે.  $n$  એ સામાન્ય કુલ ક્વોન્ટમ નંબર છે. અને  $n_1$  અને  $n_2$  બે નવી(પરવલય) ક્વોન્ટમ સંખ્યા છે.શરતો ને આધીન

$$m_l = n - n_2 - n_1 - 1$$

માન્ય કિંમતો,

$$n = 1, 2, 3, \dots \dots \dots \infty$$

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \dots \dots \pm(n - 1)$$

$$n_1 = 0, 1, 2, 3, \dots \dots \dots, n - 1$$

$$n_2 = 0, 1, 2, 3, \dots \dots \dots, n - 1$$

$n_1$  ઇલેક્ટ્રોનની ગતિને પરિભ્રમણ  $\xi_{min}$  અને  $\xi_{max}$  બે પરવલય વચ્ચેના ક્ષેત્રમાં મર્યાદિત કરે છે. જ્યારે  $n_2$  તેને પરિભ્રમણના બે પરવલયના ઘટકો  $\eta_{min}$  અને  $\eta_{max}$  વચ્ચેના ક્ષેત્રમાં મર્યાદિત કરે છે. આમ, પરવલયની બે જોડી દ્વારા કાપેલા ક્ષેત્રમાં મર્યાદિત છે. ઇલેક્ટ્રોન ને ત્રણ આવર્ત ગતિ છે. એક  $m_l$  દ્વારા ક્ષેત્ર  $F$  ની આસપાસ અને  $\xi$  અને  $\eta$  ઘટકો દ્વારા  $n_1$  અને  $n_2$  ને. એ દરમિયાન છેલ્લી બે ગતિઓ સરખી હોય તે જરૂરી નથી. કક્ષા બંધ નથી અને ઇલેક્ટ્રોન સમયાનુસાર દરેક વિસ્તારના બિંદુને આવરી લે છે.

માટે શરત બદલાય તો નીચે મુજબ લખાય

$$-\Delta T = \frac{\Delta E}{hc} = \frac{3a_0e}{2Zhc} F n (n_2 - n_1)$$

જો ક્ષેત્ર ને વોલ્ટ/સેમી.માં રજૂ કરીએ તો,

$$-\Delta T = \frac{6.40 \times 10^{-5}}{Z} F n (n_2 - n_1) \text{cm}^{-1}$$

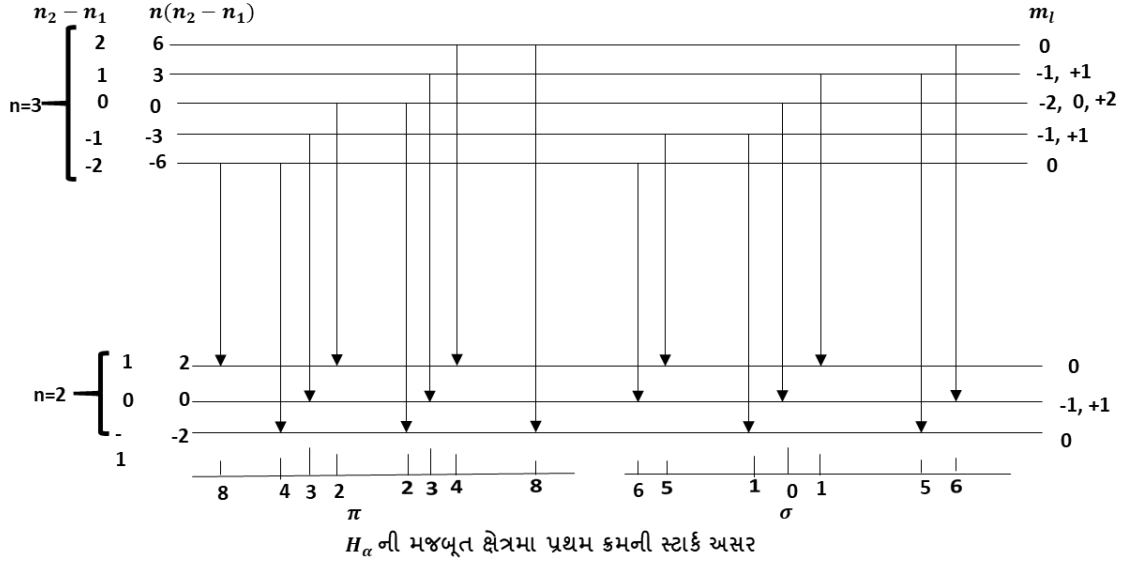
આમ, હાઇડ્રોજન જેવા અણુમાં સ્ટાર્ક અસર સ્તર બધા મૂળ સ્તરથી મૂળભૂત કિંમતના ગુણાંક દ્વારા સ્થાનાંતરિત થાય છે. હાઇડ્રોજનના ( $Z = 1$ ) પ્રથમ ત્રણ સ્તર ( $n = 1, 2, 3$ ) ની સ્ટાર્ક રેખાના સ્થાનાંતરની ગણતરી કરતાં અને પછી બામર શ્રેણીની  $H_\alpha$  રેખાના સ્ટાર્ક અસરના ઘટકોની ગણતરી લેતાં,

બધા સંભવિત સંયોજનો મેળવવા માટે સ્ટાર્ક સ્થાનાંતરને  $n, n_1$  અને  $n_2$  ની મંજૂરી આપેલ કિંમતો પ્રથમ કોલમમાં લખી છે અને સાથે  $n(n_2 - n_1)$  રાશિ પણ દર્શાવી છે.  $m_l$ ની કિંમત દર્શાવી છે.

સ્ટાર્ક નું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે. પરમાણુના ( $n^2$ ) મૂલ્યો પણ પ્રાપ્ત થાય છે. જે કોષ્ટકમાં છે તે ઝીમાન અસરની બરાબર સમાન સંખ્યા છે. સ્ટાર્ક અસરમાં સ્તર એકબીજા સાથે મળે છે. જેમ કે સ્ટાર્ક અસરમાં ધરાસ્થિતિમાં ( $n = 1$ ) શૂન્ય છે.

$n$	$n_2$	$n_1$	$n_2 - n_1$	$n(n_2 - n_1)$	$m_l$ ( $n - n_2 - n_1 - 1$ )
1	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	-1
	1	0	1	2	0
	0	1	-1	-2	0
	0	0	0	0	1
3	2	2	0	0	-2
	2	1	1	3	-1
	2	0	2	6	0
	1	2	-1	-3	-1
	1	1	0	0	0
	1	0	1	3	1
	0	2	-2	-6	0
	0	1	-1	-3	1
	0	0	0	0	2

સ્થિતિ  $n = 2$  અને  $n = 3$  માં સ્ટાર્ક અસરના સ્તરો નીચે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે.



મજબૂત ક્ષેત્રમાં પસંદગીના નિયમો નીચે મુજબના છે.

$$\Delta m_l = 0 \quad \text{for } \pi \text{ components}$$

$$\Delta m_l = \pm 1 \quad \text{for } \sigma \text{ components}$$

સંક્રમણો  $\Delta m_l = 1$  અને  $\Delta m_l = -1$  વિરોધીમાં આસપાસ ધ્રુવીકરણ થયેલ ઘટકો આપે છે. પરંતુ સંક્રમણ  $\Delta m_l = -1$  દરેક સંક્રમણ  $\Delta m_l = 1$  માટે થાય છે અને બંનેનું ત્રાંસી સુપર સ્થિતિમાં નિરીક્ષણમાં રેખીય ધ્રુવીકૃત ઘટકો અને રેખાંશ નિરીક્ષણમાં અણુ ધ્રુવીય ઘટકો આપે છે.

રેખા  $H_\alpha$  માટે સંભવિત સંક્રમણો અને પરીણામી સ્ટાર્ક પેટર્ન પણ બતાવવામાં આવ્યા છે. આ પ્રસંગમાં સ્થાનાંતર અને તીવ્રતા બંનેમાં પ્રાયોગિક નિરીક્ષણ સાથે સમજૂતીમાં મળી આવ્યું છે. તીવ્રતાની ગણતરી શ્રોડિન્ગરના ક્વોન્ટમ મિકેનિક્સથી થઈ શકે છે.



## 2.16 ઉદાહરણો. ( Examples):

૧. પરમાણુનું સદિશ મોડેલ વાપરીને  $l_1 = 2$  અને  $l_2 = 3$  વાળા બે ઇલેક્ટ્રોન તંત્રના કુલ કક્ષીય કોણીય વેગમાનનાં શક્ય મૂલ્યો શોધો.

$l_1$  અને  $l_2$  કોણીય વેગમાનને અનુરૂપ કક્ષીય ક્વોન્ટમ અંકો આપેલ હોવાથી પ્રથમ કક્ષીય કોણીય વેગમાનને અનુરૂપ ક્વોન્ટમ નંબર  $L$  ના શક્ય મૂલ્યો નીચે પ્રમાણે મેળવી શકાય.

$$L = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots \dots \dots |l_1 - l_2|$$

અહીં,  $l_1 = 2, l_2 = 3$

$$\therefore l_1 + l_2 = 5$$

$$\text{અને } |l_1 - l_2| = |2 - 3| = 1$$

આથી ના મૂલ્યો 5 થી 1 વચ્ચે 1 ના અંતરે નીચે પ્રમાણે મળે છે.

$$L = 5, 4, 3, 2, 1$$

$\therefore$  કુલ કક્ષીય કોણીય વેગમાન

$$L = \sqrt{L(L+1)} \frac{h}{2\pi}$$

કોણીય વેગમાન  $\frac{h}{2\pi}$  ના એકમમાં માપતાં,  $L = \sqrt{L(L+1)}$  ( $\frac{h}{2\pi}$  ના એકમમાં)

$L = 5, 4, 3, 2,$  અને 1 માટે  $L$  નાં મૂલ્યો અનુક્રમે  $\sqrt{30}, \sqrt{20}, \sqrt{12}, \sqrt{6}$  અને  $\sqrt{2}$  મળે છે.

2. પરમાણુનું સદિશ મોડેલ વાપરીને  $l_1 = 3$  અને  $l_2 = 2$  વાળા બે ઇલેક્ટ્રોન તંત્રના કુલ કક્ષીય કોણીય વેગમાન  $L$  નાં જુદાં જુદાં મૂલ્યોને અનુરૂપ કુલ કક્ષીય ચુંબકીય ચાકમાત્રા શોધો.

કક્ષીય કોણીય ચુંબકીય ચાકમાત્રાને  $\mu_L$  વડે દર્શાવતાં,

$$\therefore \mu_L = - \left( \frac{e}{2m} \right) \sqrt{L(L+1)} \frac{h}{2\pi}$$

$$= - \left( \frac{eh/2\pi}{2m} \right) \sqrt{L(L+1)}$$

$\left( \frac{eh/2\pi}{2m} \right)$ ને બોહર-મેગ્નેટોન  $\mu_B$  કહે છે. અને તેનું મૂલ્ય  $9.2732 \times 10^{-24}$  જુલ ટેસ્લા<sup>-1</sup> છે. ( ટેસ્લા = વેબર/ મીટર<sup>2</sup> )

$L = 5, 4, 3, 2,$  અને 1 માટે  $\mu_L$  ના મૂલ્યો  $\mu_B$  માં નીચે મુજબ મળશે.

$$\sqrt{30}\mu_B, \sqrt{20}\mu_B, \sqrt{12}\mu_B, \sqrt{6}\mu_B, \sqrt{2}\mu_B$$

3.એક પરમાણુ તંત્ર માટે  $L = 2$  છે. આ તંત્રને  $2$  વેબર/મીટર<sup>2</sup> ( ટેસ્લા) જેટલા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકવામાં આવે તો તેની ઊર્જામાં થતો મહત્તમ ફેરફાર શોધો. ( $S=0$  લો.)

જો તંત્રની ચુંબકીય ચાકમાત્રા  $\vec{\mu}_L$  હોય અને ચુંબકીય ક્ષેત્ર  $\vec{B}$  હોય તો ચુંબકીય ક્ષેત્ર સાથેની આંતરક્રિયા ઊર્જા

$$\Delta E = -\vec{\mu}_L \cdot \vec{B}$$

$$\therefore \Delta E = -\mu_L B \cos\theta \text{ ----- (1)}$$

$\Delta E$  ના મહત્તમ મૂલ્ય માટે  $\cos\theta$  નું શક્ય મૂલ્ય શોધતાં,

$$\cos\theta = \frac{m_L h/2\pi}{\sqrt{L(L+1)} h/2\pi}$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{m_L}{\sqrt{L(L+1)}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2(2+1)}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = 0.8163$$

$L = 2$  માટે  $\mu_L = \sqrt{6}\mu_B$ ,  $B$  અને  $\cos\theta$  નું મૂલ્ય સમી. (1) માં મૂકતાં

$$\therefore \Delta E = -\sqrt{6}\mu_B B \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$= -2 \times 9.2732 \times 10^{-24} \times 2$$

$$= -37.0928 \times 10^{-24} \text{ જૂલ}$$

4.f ઇલેક્ટ્રોન માટે કુલ કોણીય વેગમાનના મૂલ્ય નક્કી કરો.

f ઇલેક્ટ્રોન માટે  $l = 3$

$$\therefore |\vec{l}| = \sqrt{l(l+1)} h/2\pi$$

$$= \sqrt{3(3+1)} h/2\pi$$

$$= \sqrt{12} h/2\pi$$

$$\therefore |\vec{l}| = \sqrt{12} \frac{h}{2\pi} \text{ જુલ - સેકન્ડ}$$

f ઇલેક્ટ્રોનનું કુલ કોણીય વેગમાન શોધવા માટે તેનું સ્પીન કોણીય વેગમાન જાણવું પડે.માટે કોઈ પણ ઇલેક્ટ્રોન માટે સ્પીન કોણીય વેગમાન

$$|\vec{s}| = \sqrt{S(S+1)} \frac{h}{2\pi}, \quad \text{જ્યાં } S = \frac{1}{2}$$

$$\therefore |\vec{S}| = \frac{h/2\pi}{2} \sqrt{3}$$

ઇલેક્ટ્રોનનું કુલ કોણીય વેગમાન

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$$

$\vec{j}$  ની શક્ય કિંમતો તેને અનુરૂપ ક્વોન્ટમ અંક  $i$  ની મદદથી શોધી શકાય.

ક્વોન્ટમ અંક  $i = l + s, l + s - 1, \dots, |l - s|$

$$l = 3, s = \frac{1}{2}$$

$$\therefore i = l + s = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\text{અને } (l - s) = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

આમ,  $(l + s)$  થી  $(l - s)$  વચ્ચે ફક્ત બે શક્ય મૂલ્ય મળે છે.

$$j = \frac{7}{2}, \frac{5}{2}$$

$\therefore \vec{j}$  ના મૂલ્યો

$$\vec{j} = \sqrt{\frac{7}{2}(\frac{7}{2} + 1)} \frac{h}{2\pi} \quad \text{અને} \quad \sqrt{\frac{5}{2}(\frac{5}{2} + 1)} \frac{h}{2\pi} = \frac{h/2\pi}{2} \sqrt{63} \quad \text{અને} \quad \frac{h/2\pi}{2} \sqrt{35}$$

5. પરમાણુનું સદિશ મોડેલ વાપરી (a)  $S = 3$  અને  $L = 2$  (b)  $S = 2$  અને  $L = 3$  હોય તેવા તંત્રો માટે કુલ કોણીય વેગમાનનાં શક્ય મૂલ્યો શોધો.

$$\vec{j} = \vec{L} + \vec{S} \text{ માટે}$$

$$J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|$$

$S = 3$  અને  $L = 2$  માટે

$$J = 5, 4, 3, 2, 1.$$

$$\therefore \vec{j} = \sqrt{5(5 + 1)} \frac{h}{2\pi}, \quad \sqrt{4(4 + 1)} \frac{h}{2\pi}, \quad \sqrt{3(3 + 1)} \frac{h}{2\pi}, \quad \sqrt{2(2 + 1)} \frac{h}{2\pi}, \quad \sqrt{1(1 + 1)} \frac{h}{2\pi}$$

$S = 2$  અને  $L = 3$  માટે પણ જવાબ આ જ આવશે.

6.  $\vec{L}$  અને  $\vec{S}$  વચ્ચેના  $(L, S)$  યુગ્મન માટેની આંતરક્રિયા ઊર્જા શોધો.

ધારો કે સ્પીન ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રોનનું તેની કક્ષામાં રેખીય વેગમાન  $\vec{P}$  છે. જો અવલોકનકર્તા ઇલેક્ટ્રોન હોય અથવા તેની ઉપર હોય તો ઇલેક્ટ્રોન પાસે ઉદભવતું ક્ષેત્ર

$$\vec{B} = \frac{\vec{E} \times \vec{P}}{m} \text{ ----- (1)}$$

જો ઇલેક્ટ્રોનના સ્પીનને કારણે ઉદભવતી ચુંબકીય ચાકમાત્રા  $\vec{\mu}_s$  હોય તો સાપેક્ષવાદીય રીતે દર્શાવી શકાય છે કે આંતરક્રિયા ઊર્જા  $= \frac{1}{2} \vec{\mu}_s \cdot \vec{B}$

ધારો કે ન્યુક્લિયસની અસર હેઠળ ઇલેક્ટ્રોનની સ્થિતિ ઊર્જા  $V(r)$  છે.

$$\therefore \text{સ્થિતિ ઊર્જા} = \frac{V(r)}{e} \text{ (એકમ વિદ્યુતભાર દીઠ)}$$

$$\text{હવે, } \vec{E} = -\text{grad} \left( -\frac{V}{e} \right)$$

$$= \frac{1}{er} \frac{dV}{dr} \hat{r}$$

$$\text{સમી. (1) પરથી, } \vec{B} = \frac{1}{m} \vec{E} \times \vec{P}$$

$$= \frac{1}{em} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \vec{L}$$

જ્યાં  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} =$  ઇલેક્ટ્રોનનું કક્ષીય કોણીય વેગમાન

$$\therefore \Delta E_{sp} = -\frac{1}{2} \vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = \frac{1}{2m^2} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} \vec{S} \cdot \vec{L}$$

$$\therefore \Delta E_{sp} = \frac{1}{2m^2} \frac{\partial V}{\partial r} \vec{S} \cdot \vec{L} \text{ (સ્પીન કક્ષીય કપલીંગ ઊર્જા)}$$

7. ઓક્સિજન માટે ધરાસ્થિતિ  $^3P_2$  છે, તો ધરાસ્થિતિમાં તેની ચુંબકીય ચાકમાત્રા ગણો.

$$^3P_2 = L = 1, S = 1 \text{ અને } J = 2$$

$$\therefore g_j = \left\{ 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right\}$$

$$= \left\{ 1 + \frac{2.3 + 1.2 - 1.2}{2.2.3} \right\} = \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} = \frac{3}{2}$$

$$\text{હવે, } \mu_j = -\left( \frac{eh/2\pi}{2m} \right) g_j \sqrt{J(J+1)}$$

$$= -\mu_B \cdot \frac{3}{2} \sqrt{(2)(3)} = -\mu_B \cdot \frac{3}{2} \sqrt{6}$$

$$\therefore \mu_j = \frac{3}{2} \sqrt{6} \text{ બોહર-મેગ્નેટોન}$$

8. કલોરિનની ધરાસ્થિતિ  $2^2P_{3/2}$  છે, તો ધરાસ્થિતિમાં તેની ચુંબકીય ચાકમાત્રા ગણો.

$$\begin{aligned}
 L &= 1, S = \frac{1}{2}, J = \frac{3}{2} \\
 g_j &= \left\{ 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right\} \\
 &= \left[ 1 + \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - 2}{2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2}} \right] \\
 &= \left\{ 1 + \frac{15 + 3 - 8}{30} \right\} \\
 &= \left\{ 1 + \frac{1}{3} \right\} = \frac{4}{3} \\
 \mu_j &= - \left( \frac{eh/2\pi}{2m} \right) g_j \sqrt{J(J+1)} \\
 &= -\mu_B \cdot \frac{4}{3} \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2}} = -\mu_B \cdot \frac{2}{3} \sqrt{15} \\
 &= -\frac{2}{3} \sqrt{15} \text{ બોહર - મેગ્નેટોન}
 \end{aligned}$$

9. 1.2 વેબર/મીટર<sup>2</sup> ના સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ઇલેક્ટ્રોન પ્રવેશે છે. જો ઇલેક્ટ્રોનની સ્પિન ક્ષેત્રને સમાંતર અને પ્રતિસમાંતર હોય તો તેની વચ્ચેનો ઊર્જા તફાવત ગણો.

$$\text{સ્પિન માટે } V_s = -\mu_s B \frac{m_s}{\sqrt{S(S+1)}}$$

$$\text{પણ, } \mu_s = - \left( \frac{e}{m} \right) \sqrt{S(S+1)}$$

$$\therefore V_s = \left( \frac{e}{m} \right) B \cdot m_s$$

$$\text{સમાંતર માટે, } m_s = +\frac{1}{2}$$

$$\therefore V_s = \left( \frac{e}{2m} \right) B$$

$$\text{પ્રતિસમાંતર માટે, } m_s = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore V_s = - \left( \frac{e}{2m} \right) B$$

$$\therefore \text{ઊર્જા તફાવત} = \left( \frac{e}{2m} \right) B$$

$$= \frac{1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}} \times 1.2 = 2.11 \times 10^{11} \text{ જૂલ}$$

## 2.17 સ્વાધ્યાય (Exercise):

### 6 અથવા 4 માર્ક્સમાં પુછાય તેવા પ્રશ્નો.

1. ઇલેક્ટ્રોનની ગતિ માટે કક્ષકીય ચુંબકીય ચાકમાત્રા અને સ્પીન ચુંબકીય ચાકમાત્રાના સૂત્રો મેળવો.  
2. ટૂંકનોંધ લખો ઇલેક્ટ્રોન સ્પિન સદિશનું અવકાશીય ક્વોન્ટમીકરણ.
- 2 અસામાન્ય ઝીમાન અસર માટે લેન્ડેનો વિઘટન અવયવ મેળવો.
- 3 1. સ્ટર્ન ગલાર્કનો પ્રયોગ સવિસ્તાર વર્ણવો.  
2. આપેલા પરમાણુના સ્થાનંતરના પદ  $\cos \theta$  એટલે ચુંબકીયક્ષેત્રમાં તેના નમન પર અધારિત છે તેમ દર્શાવો.
- 4 સદિશ પરમાણુ મોડલ સમજાવો.
- 5 પાશ્વન-બેક અસર સમજાવો.
- 6 ટૂંકનોંધ લખો. પસંદગીના નિયમો.

### 4 માર્ક્સના પ્રશ્નો

- 1 પાઉલીનો અપવર્જનનો સિદ્ધાંત લખો અને સમજાવો.
- 2 ક્લોરિનની ધરાસ્થિતિ  $2P_{3/2}^2$  છે તો ચુંબકીય ચાકમાત્રા શોધો
- 3 ઇલેક્ટ્રોન સ્પીન સમજાવો.
- 4 પાશ્વનબેક અસર શું છે ?
- 5 સ્ટાર્ક અસર વિશે ટૂંકમાં લખો.
- 6  $1.2$  વેબર/મીટર<sup>2</sup> ના સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ઇલેક્ટ્રોન પ્રવેશે છે. જો ઇલેક્ટ્રોનની સ્પિન ક્ષેત્રને સમાંતર અને પ્રતિસમાંતર હોય તો તેની વચ્ચેનો ઊર્જા તફાવત ગણો.
- 7 L અને S યુગ્મનની આંતરક્રિયા ઊર્જા શોધો.

- 8 સામાન્ય ઝીમાન અસરની વ્યાખ્યા લખો.
- 9 પાશ્વન-બેક અસર માટે પસંદગીનો નિયમ લખો.
- 10 ઓક્સિજન માટે ધરાસ્થિતિ  $^3P_2$  છે. તો ચુંબકીય ચાકમાત્રા શોધો.
- 11 સામાન્ય અને અસામાન્ય ઝીમાન અસરનાં તફાવત લખો.
- 12  $m_s$  પરથી શું નક્કી થાય ?
- 13 સ્પીનીંગ ઇલેક્ટ્રોનની ચુંબકીય ચાકમાત્રાનું સૂત્ર લખો.
- 14 f ઇલેક્ટ્રોન માટે કુલ કોણીય વેગમાન શોધો.

	1 માર્ક્સના પ્રશ્નો.	જવાબ
1	અવકાશીય ક્વોન્ટમીકરણ એટલે શું ?	
2	પસંદગીના નિયમો શું છે ?	
3	ઝીમાન અસર એટલે શું ?	
4	રેખાનું સૂક્ષ્મ બંધારણ એટલે શું ?	
5	સામાન્ય ટ્રિપલેટ ઘટના એટલે શું ?	
6	ફર્મિઓન અને બોઝોન એટલે શું ?	કણો
7	વૃત્તીય કક્ષા માટે ગાયરોમેટ્રિક ગુણોત્તર લખો.	$e/2m$
8	1. લાર્મર આવૃત્તિ ----- થી સ્વતંત્ર છે. 2. નમન કોણ અને લાર્મર આવૃત્તિ વચ્ચે કેવો સંબંધ છે ?	નમન કોણ $\theta$
9	સામાન્ય ઝીમાન અસર માટે પસંદગીના નિયમો લખો.	
10	ફર્મિઓનનું સ્પીન સમજાવો.	
11	$\mu_B$ શેનો સંકેત છે ?	બોહર મેગ્નેટોન

12	અસામાન્ય ઝીમાન અસર એટલે શું ?	
13	બોઝોન એટલે શું ?	
14	ઓક્સિજન માટે ઘરાસ્થિતિ $^3P_2$ માં ચુંબકીય ચાકમાત્રા કેટલી હોય ?	$\frac{3}{2}\sqrt{6}$
15	જો $L < S$ તો બહુલકતા ----- હોય.	$2L+1$
16	ફિપ્સ અને ટેલર એ ઘરા સ્થિતિમાં રહેલા હાઇડ્રોજન પરમાણુ બીમનો સ્ટર્ન-ગર્લાકના પ્રયોગમાં -----ને બદલે હાઇડ્રોજન નો ઉપયોગ કર્યો.	ચાંદી
17	સ્ટર્ન-ગર્લાકના પ્રયોગમાં પરમાણુ ચુંબકની લંબાઈ -----હોય છે.	$\sim 10^{-8}cm$
18	જો $L > S$ તો બહુલકતા ----- હોય.	$2S+1$
19	આલ્કલી પરમાણુઓ પરના પ્રયોગમાં મૈઝનર અને શિફ્ટે $D_2$ માપવા માટે શાનો ઉપયોગ કર્યો હતો ?	ગરમ ટંગસ્ટન તારનો

No.	Question	Answer
1	ગાયરો મેગ્નેટીક ગુણોત્તર=_____	(c) $e/2m$
	(a) $2m/e$ (b) $e/m$ (c) $e/2m$ (d) $m/2e$	
2	બહોરમેગ્નેટોન $\mu_B =$ _____	(a) $9.28 \times 10^{-24}$ એમ્પિયર . મીટર <sup>2</sup>
	(a) $9.28 \times 10^{-24}$ એમ્પિયર . મીટર <sup>2</sup> (b) $6.67 \times 10^{-24}$ એમ્પિયર . મીટર <sup>2</sup> (c) $6.28 \times 10^{-24}$ એમ્પિયર . મીટર <sup>2</sup> (d) કહી ન શકાય	(a) $9.28 \times 10^{-24}$ એમ્પિયર . મીટર <sup>2</sup>
	(d) કહી ન શકાય	None of this
3	પ્લાંક અચળાંક $h =$ _____	(b) $6.63 \times 10^{-27}$ અર્ગ સેકન્ડ
	(a) $6.63 \times 10^{27}$ અર્ગ સેકન્ડ      (b) $6.63 \times 10^{-27}$ અર્ગ સેકન્ડ      (c) $6.63 \times 10^{24}$ જુલ સેકન્ડ      (d) કહી ન શકાય	(b) $6.63 \times 10^{-27}$ અર્ગ સેકન્ડ
	(d) કહી ન શકાય	None of this
4	લાર્મર આવૃત્તિ થી સ્વતંત્ર ----- છે.	નમનકોણ $\theta$
	(a) નમનકોણ $\theta$ (Bending Angle)      (b) લઘુકોણ Acute angle      (c) ગુરુકોણ Obtuse angles      (d) કાટકોણ	(Bending Angle)



- 5 સ્પિન ઇલેક્ટ્રોન ની ચુંબકીય ચાકમાત્રા  $\vec{\mu}_S = \dots\dots\dots$  (b)  $\left(\frac{e}{m}\right)\vec{S}$   
 (a)  $\left(\frac{m}{e}\right)\vec{S}$  (b)  $\left(\frac{e}{m}\right)\vec{S}$  (c)  $2me\vec{S}$  (d) કહી ન શકાય  
 None of this
- 6 વાહક તારમાં વિદ્યુતવહન ..... વડે થાય છે. (b) ઇલેક્ટ્રોન  
 (a) પ્રોટોન (b) ઇલેક્ટ્રોન (c) ન્યુટ્રોન (d) કહી ન શકાય  
 Proton Electron Neutron  
 None of this
- 7 વિદ્યુતપ્રવાહ લુપની ચુંબકીય ચાકમાત્રા  $\vec{\mu} = \dots\dots\dots$  છે. (a)  $i\vec{A}$   
 (a)  $i\vec{A}$  (b)  $iR$  (c)  $iV$  (d) કહી ન શકાય  
 None of this
- 8 બોહર મેગ્નેટોન  $\mu_B = \dots\dots\dots$  (b)  $\frac{e\hbar}{2m}$   
 (a)  $\frac{2m}{e\hbar}$  (b)  $\frac{e\hbar}{2m}$  (c)  $2me\hbar$  (d) કહી ન શકાય  
 None of this
- 9 ટોર્ક  $\tau$  હંમેશા ..... ને લંબ હોય છે. (a) કોણીય વેગમાન  
 (a) કોણીય વેગમાન (b) રેખીય વેગમાન (c) કોણીય વેગ (d) રેખીય વેગ  
 Angular momentum Linear momentum Angular velocity Linear velocity  
 None of this
- 10 લાર્મર આવૃત્તિ  $f = \dots\dots\dots$  (b)  $\frac{e}{2\pi mc} \cdot B$   
 (a)  $\frac{e}{2mc}$  (b)  $\frac{e}{2\pi mc} \cdot B$  (c)  $\frac{emc}{2\pi} \cdot B$  (d) કહી ન શકાય  
 None of this
- 11 સ્પિન કોણીય વેગમાન  $\vec{S}$  ને ..... વડે દર્શાવાય છે. (c)  $\sqrt{S(S+1)} \cdot \hbar$   
 (a)  $S(S+1)\hbar$  (b)  $(S+1)\hbar$  (c)  $\sqrt{S(S+1)} \cdot \hbar$  (d)  $S(S-1)\hbar$
- 12  $\hbar = \dots\dots\dots$  (b)

	(a) $\frac{2\pi}{h}$	(b) $\frac{h}{2\pi}$	(c) $2\pi h$	(d) કહી ન શકાય None of this	$\frac{h}{2\pi}$
13	બાહ્ય પ્રબળ ચુંબકીય ક્ષેત્રની હાજરીમાં વર્ણપટ્ટ રેખાઓના વિઘટનની ઘટનાને ..... કહે છે. (a) ઝીમાન અસર Zeeman effect	(b) સ્ટાર્ક અસર Stark effect	(c) પાશ્ચનબેક અસર Paschen back effect	(d) કહી ન શકાય None of this	(a) ઝીમાન અસર Zeeman effect
14	પ્રબળ વિદ્યુત ક્ષેત્રની હાજરીમાં વર્ણપટ્ટ રેખાઓના વિઘટન અને સ્થાનાંતર ની ઘટનાને ..... કહે છે. (a) ઝીમાન અસર Zeeman effect	(b) સ્ટાર્ક અસર Stark effect	(c) પાશ્ચનબેક અસર Paschen back effect	(d) કહી ન શકાય None of this	(b) સ્ટાર્ક અસર Stark effect
15	ઝીમાન અસર દ્વારા શું સમજાવી શકાતું નથી. (a) ક્વોન્ટમ મિકેનિક્સ Quantum Mechanics	(b) બોહર મોડેલ Bohr's Model	(c) હેમિલ્ટોનિયન ઓપરેટર Hamiltonian operator	(d) L-S coupling	(b) બોહર મોડેલ Bohr's Model